

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
ESCOLA DE ENGENHARIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MONTAGEM INDUSTRIAL

RAFAEL DA SILVA VIANNA

HOMOGENEIZAÇÃO EM DUAS ETAPAS DE COMPÓSITOS PULTRUDADOS
REFORÇADOS COM FIBRAS DE VIDRO

Niterói, RJ
2020

RAFAEL DA SILVA VIANNA

**HOMOGENEIZAÇÃO EM DUAS ETAPAS DE COMPÓSITOS PULTRUDADOS
REFORÇADOS COM FIBRAS DE VIDRO**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Montagem Industrial da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Montagem Industrial. Área de Concentração: Montagem Industrial.

Orientadora:

Prof^a. Dr^a. Janine Domingos Vieira

Coorientador:

Prof. André Maués Brabo Pereira, Dr.techn.

Niterói, RJ
2020

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE
Gerada com informações fornecidas pelo autor

V617h Vianna, Rafael da Silva
Homogeneização em duas etapas de compósitos pultrudados reforçados com fibras de vidro / Rafael da Silva Vianna ; Janine Domingos Vieira, orientadora ; André Maués Brabo Pereira, coorientador. Niterói, 2020.
61 f. : il.

Dissertação (mestrado profissional)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22409/PMI.2020.mp.14807038770>

1. Homogeneização Computacional. 2. Micro-CT. 3. Método dos Elementos Finitos. 4. Polímeros Reforçados com Fibras de Vidro. 5. Produção intelectual. I. Vieira, Janine Domingos, orientadora. II. Pereira, André Maués Brabo, coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDD -

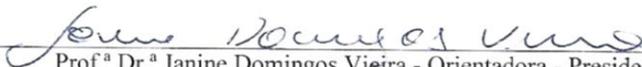
RAFAEL DA SILVA VIANNA

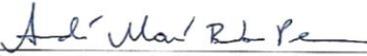
HOMOGENEIZAÇÃO EM DUAS ETAPAS DE COMPÓSITOS PULTRUDADOS REFORÇADOS COM FIBRAS DE VIDRO

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Montagem Industrial da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área de Concentração: Montagem Industrial.

Aprovada em 10 de fevereiro de 2020.

BANCA EXAMINADORA


Prof.^a Dr.^a Janine Domingos Vieira - Orientadora - Presidente
Universidade Federal Fluminense (UFF)


Prof. Dr. Tchn. André Maués Brabo Pereira - Orientador - Presidente
Universidade Federal Fluminense (UFF)


Prof.^a Dr.^a Eliane Maria Lopes Carvalho
Universidade Federal Fluminense (UFF)


Prof. Dr. Ricardo Leiderman
Universidade Federal Fluminense (UFF)


Prof. Dr. Hector Guillermo Kotik
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Niterói - RJ

2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família, a qual eu amo muito, e com a qual eu sempre pude contar. Em especial, agradeço aos meus pais, meus avós e minha irmã, que participaram diretamente na minha construção como pessoa. Agradeço também à minha namorada, Julie, que acreditou em mim e me apoiou nos momentos mais difíceis dessa caminhada.

Agradeço aos meus orientadores, André e Janine, pela dedicação e confiança no meu trabalho, e pelos professores pelos quais passei e que contribuíram na minha formação. Agradeço também aos meus colegas de laboratório, pelo apoio nos momentos de desespero e pelas conversas produtivas após o almoço.

RESUMO

Este trabalho se propõe a validar o uso de simulações computacionais como forma de caracterizar compósitos poliméricos reforçados com fibras de vidro (PRFV). Propriedades elásticas de PRFV produzidos através do processo de pultrusão são obtidas por meio de técnicas de homogeneização computacional em duas etapas utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Modelos computacionais de amostras de PRFV são produzidos através de microtomografia computadorizada de raios-X (micro-CT). As imagens de micro-CT foram processadas e segmentadas permitindo a obtenção das frações volumétricas de cada fase presente em cada camada do material. São determinadas propriedades elásticas de uma amostra que contempla toda a espessura de um perfil de PRFV e das diferentes camadas que o constituem. As propriedades elásticas do material obtidas no processo de homogeneização em duas etapas são comparadas com resultados obtidos através de homogeneização em uma única etapa, ensaios experimentais, e a regra da mistura para compósitos laminares. Este trabalho ainda propõe uma expressão para determinar propriedades elásticas de compósitos laminares a partir das propriedades elásticas de cada camada. O uso da metodologia de duas etapas permitiu o uso de resoluções diferentes para realizar a modelagem do material em diferentes regiões e diferentes escalas, viabilizando as análises com menor esforço computacional.

Palavras-chave: Homogeneização; Micro-CT; MEF; Polímeros reforçados com fibras.

ABSTRACT

This work aims to validate the use of computer simulations in order to characterize glass fiber reinforced polymers (GFRP). Elastic properties of GFRP produced through the pultrusion process are obtained by means of computational homogenization techniques in two steps using the finite element method (FEM). Computational models of GFRP samples are produced using X-ray microcomputed tomography (micro-CT). The micro-CT images are processed and segmented allowing the determination of volumetric fractions of each phase present in each layer of the material. Elastic properties of a sample of GFRP profile are determined. In this methodology, the elastic properties of the different layers are obtained as well. The elastic properties of the material obtained in the two-step homogenization process are compared with results obtained through single-step homogenization, experimental tests, and the mixing rule for laminar composites. This work also proposes an expression to determine elastic properties of laminar composites based on the elastic properties of each layer. The use of the two-step methodology allowed the use of different resolutions to perform the modeling of the material in different regions and different scales, enabling the analyzes with less computational effort.

Key-words: Homogenization; Micro-CT; FEM; GFRP.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	12
1.1.	CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA E MOTIVAÇÃO	12
1.2.	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES.....	13
2.	REVISÃO DA LITERATURA.....	14
2.1.	PRFV PULTRUDADO	14
2.2.	HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL.....	15
3.	MATERIAIS E MÉTODOS	18
3.1.	PULTRUDADO POLIMÉRICO REFORÇADO COM FIBRAS DE VIDRO	18
3.2.	CRIAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL	19
3.2.1.	MICROTOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA (MICRO-CT)	19
3.2.2.	TRATAMENTO E SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS	23
3.3.	HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL	27
3.3.1.	VOLUME REPRESENTATIVO ELEMENTAR E CONDIÇÕES DE CONTORNO	30
3.3.2.	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	32
3.3.3.	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	34
3.3.4.	HOMOGENEIZAÇÃO EM DUAS ETAPAS	41
4.	RESULTADOS	45
4.1.	VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA DE DUAS ETAPAS	45
4.2.	PORCENTAGENS VOLUMÉTRICAS DAS FASES	46
4.3.	PROPRIEDADES ELÁSTICAS	49
5.	CONCLUSÃO.....	56
	REFERÊNCIAS	58

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1	Fluxo de trabalho para realização de homogeneização computacional através de micro-CT	14
Fig. 2	Representação do processo de pultrusão.	18
Fig. 3	(a) Perfil pultrudado de PRFV utilizado para retirada das amostras; (b) Amostra de PRFV já cortada e posicionada no apoio para imageamento via micro-CT.	19
Fig. 4	Representação de uma placa com uma inclusão circular no centralizada com diferentes quantidades de pixels: (a) 10×10 pixels; (b) 50×50 pixels; (c) 100×100 pixels.	20
Fig. 5	Relação entre a qualidade da imagem e a região de interesse a ser representada.	22
Fig. 6	Tomografias adquiridas: (a) tomo1 - espessura do perfil pultrudado de PRFV; (b) tomo2 - camada de fibras longas; (c) tomo3 - camada de manta.	23
Fig. 7	Imagem comparativa entre as tomografias de 5.5 μm (tomo1) (a), 2 μm (tomo3) (b) e 1 μm (tomo2) (c).	23
Fig. 8	Visualização da estrutura interna de uma amostra de PRFV pultrudado através de planos de corte da imagem microtomográfica.	24
Fig. 9	Artefato gerado por fontes com emissão de raios em forma de cone.	25
Fig. 10	Seção do pultrudado sem aplicação de filtros (a) e com a aplicação de filtros (b).	25
Fig. 11	Seção do pultrudado sem segmentação (a) e com segmentação (b).	26
Fig. 12	Segmentações das imagens tomográficas realizadas de acordo com a Tabela 2.	27
Fig. 13	Representação das heterogeneidades na microescala e da propriedade efetiva utilizada na macroescala.	28
Fig. 14	Convergência da propriedade efetiva em relação ao tamanho do volume de interesse para diferentes tipos de condições de contorno.	31
Fig. 15	Representação de um meio periódico.	32
Fig. 16	Numeração dos nós de cada fatia da imagem 3D: (a) numeração dos nós únicos; (b) Atribuição dos nós da borda inferior a mesma numeração da	37

bora superior da fatia; (c) Atribuição da numeração da borda esquerda na borda direita.

Fig. 17	Metodologia de homogeneização em duas etapas.	44
Fig. 18	Representação da homogeneização em uma etapa de um VRE de um compósito laminar.	45
Fig. 19	Homogeneização em duas etapas de um compósito laminar.	46
Fig. 20	Porcentagens volumétricas da camada de fibras longas.	47
Fig. 21	Porcentagens volumétricas da camada de manta.	47
Fig. 22	Porcentagens volumétricas das fases do compósito ao longo da espessura do perfil.	47
Fig. 23	Composição da amostra do perfil p-GRFP	48
Fig. 24	Orientação dos eixos: (1) Direção Longitudinal; (2) Direção Transversal; (3) Direção da Espessura do perfil.	49
Fig. 25	Módulos de elasticidade obtidos através do processo de homogeneização dos diferentes modelos.	49
Fig. 26	Obtenção do VRE da camada de manta.	50
Fig. 27	Homogeneização dos subvolumes da camada de fibras longas.	51
Fig. 28	Fibras modeladas como um único material numa fatia homogeneizada da camada de fibras longas.	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Memória necessária para armazenar imagens com diferentes dimensões de malha	21
Tabela 2	Fases a serem segmentadas de cada tomografia.	26
Tabela 3	Memória RAM necessária para diferentes tamanhos de malha	42
Tabela 4	Porcentagem volumétrica das fases presentes em cada camada da amostra do perfil	48
Tabela 5	Comparação entre os módulos de elasticidade obtidos através da homogeneização computacional e da regra da mistura (E' representa o módulo de elasticidade obtido a partir da regra da mistura).	51
Tabela 6	Comparação entre o módulo de elasticidade longitudinal do perfil dado por diferentes metodologias.	54
Tabela 7	Comparação entre as propriedades elásticas de perfis de PRFV encontradas na literatura com os resultados obtidos neste trabalho.	54

LISTA DE CÓDIGOS

Código 1	Entrada de dados do programa de homogeneização.	35
Código 2	Inicialização de variáveis do programa de homogeneização.	35
Código 3	Chamada das funções de cálculo da matriz de rigidez e dos vetores de força.	36
Código 4	Função que calcula a matriz de rigidez do elemento e o vetor de carga.	36
Código 5	Implementação de condições de contorno periódicas.	38
Código 6	Montagem do sistema de equações.	38
Código 7	Resolução do sistema de equações.	39
Código 8	Pós-processamento – cálculo da matriz de rigidez homogeneizada.	39
Código 9	Função que calcula as tensões de cada elemento.	40

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA E MOTIVAÇÃO

Os materiais tradicionais de construção como concreto, aço e madeira ainda possuem forte presença na indústria da construção, pois têm atendido de forma satisfatória aos critérios exigidos nos projetos estruturais. Contudo, com o passar dos anos, a demanda por estruturas cada vez mais leves e resistentes fez com que engenheiros e pesquisadores buscassem materiais mais eficientes, desenvolvendo assim materiais compósitos. Ao passo que avanços em materiais compósitos foram acontecendo, a indústria da construção percebeu a possibilidade de desenvolver novos materiais com propriedades superiores às dos materiais tradicionais de construção, mas que fossem também mais leves e duráveis. Dentre esses novos materiais, os compósitos poliméricos reforçados com fibras, ou polímeros reforçados com fibras (PRF), tornaram-se bastante comuns nas indústrias aeronáutica e naval como material estrutural devido à alta resistência e baixo peso específico (SATHISHKUMAR et al., 2014). Tendo atingido às expectativas das indústrias naval e aeronáutica, os PRF ganharam atenção dos pesquisadores e engenheiros, tornando-se fortes candidatos à substituição de peças de aço e concreto em projetos estruturais da indústria da construção em geral.

Dentro deste contexto, um tipo de PRF que tem se destacado é o polímero reforçado com fibras de vidro (PRFV). Nas últimas décadas, PRFV têm sido aplicados em projetos de pontes, passarelas, torres de refrigeração, etc. Os PRFV possuem diversas vantagens se comparados aos materiais tradicionais de construção. Apesar de terem um custo mais elevado por não serem materiais usuais, perfis de PRFV possuem menor peso que os perfis de concreto pré-moldado ou perfis metálicos, o que torna este material extremamente atraente para projetos estruturais. Além disso, peças mais leves facilitam e aceleram a montagem de estruturas modulares, o que torna esse material ainda mais interessante para projetos industriais.

Entretanto, a aplicação de PRFV em projetos estruturais exige o conhecimento de diversas propriedades mecânicas do material, dentre elas, as propriedades elásticas. As propriedades elásticas são necessárias para quantificar um dos parâmetros mais importantes para o projeto de estruturas, ou seja, sua rigidez. Propriedades elásticas de PRFV são usualmente medidas através de ensaios experimentais de laboratório. Contudo, ensaios experimentais de laboratório são complexos, custosos, geralmente destrutivos, e muitas vezes não fornecem um profundo conhecimento da microestrutura do material.

Os PRFV de interesse deste trabalho são produzidos através do processo de pultrusão, um método de produção que garante maior produtividade industrial. Por ser um método de produção atraente para a indústria, existe uma tendência de aplicação de perfis pultrudados de

PRFV em projetos estruturais, que pode ser visto pelos diversos estudos que ocorrem em torno desse material. Contudo, perfis pultrudados de PRFV possuem alta heterogeneidade na escala microscópica. Essas heterogeneidades são responsáveis por uma alta discrepância nas propriedades elásticas desse material. Portanto, para que seja feita a aplicação de perfis PRFV pultrudados em projetos industriais, é importante que seja utilizada uma metodologia confiável para a determinação de propriedades elásticas efetivas que permitam um entendimento mais aprofundado da microestrutura interna do material.

1.2. OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho tem como objetivo principal determinar as propriedades elásticas efetivas de perfis pultrudados de PRFV por meio de técnicas de homogeneização computacional em duas etapas utilizando modelos fiéis à realidade gerados a partir de micro-CT (que permitirá um melhor entendimento da microestrutura do material). Este trabalho descreve o processo metodológico utilizado para criação do modelo computacional e determinação de propriedades elásticas efetivas utilizando o MEF. Foram obtidas as porcentagens volumétricas dos constituintes de cada camada do material e as porcentagens totais dos constituintes de amostras do perfil pultrudado de PRFV considerando toda sua espessura.

Através da metodologia utilizada, foram determinadas as propriedades elásticas de cada camada do material além da propriedade de uma amostra que contempla toda a espessura do perfil. As propriedades de cada camada e da amostra do perfil foram analisadas e comparadas com os resultados obtidos através de outras metodologias utilizadas na literatura (e.g. regra da mistura). As propriedades obtidas para a amostra do perfil através da homogeneização de duas etapas também foram comparadas com os resultados obtidos através da homogeneização em uma etapa.

A metodologia de homogeneização que este trabalho se propõe a utilizar possibilita o uso de resoluções diferentes para realizar a modelagem do material em diferentes regiões e diferentes escalas. A possibilidade de refinar a resolução da imagem do material em regiões onde as heterogeneidades se apresentam em escalas menores permite uma economia de esforço computacional em regiões onde não há necessidade de fazer uso de resoluções elevadas. Isso permitirá a análise de materiais com alto nível de complexidade, com heterogeneidades nas micro, meso e macro escalas, utilizando menor esforço computacional. Como consequência, este processo permitirá a determinação de propriedades elásticas efetivas de PRFV pultrudado e outros materiais de igual complexidade utilizando somente computadores pessoais.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. PRFV PULTRUDADO

De acordo com Langella et al. (2012), o processo de pultrusão foi patentado nos Estados Unidos em 1951, e hoje em dia, esta tecnologia é bastante utilizada para produção em massa de perfis de materiais compósitos com seção transversal constante. A produção dos perfis pultrudados é realizada de forma que as fibras de vidro de cada camada são sobrepostas de forma intercalada e são puxadas por uma máquina de tracionamento contínuo. As fibras passam por um banho de resina, recebem um véu e passa pelo molde de pultrusão que confere a forma desejada ao perfil, passam pelo processo de polimerização (cura/endurecimento), e são, finalmente, cortadas no tamanho do perfil. Todo o processo de produção acontece em uma única linha de produção que é apresentada na Figura 1.

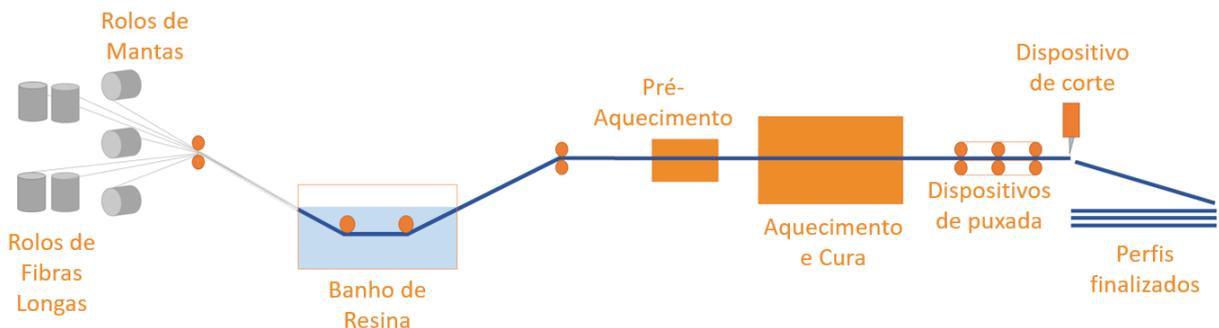


Figura 1: Representação do processo de pultrusão.

Atualmente, a pultrusão é um processo principalmente utilizado para a produção em massa de componentes em áreas como esportes, construção civil, transportes, e outros campos que, em geral, necessitam de alta resistência à corrosão (LANGELLA et al. (2012)). Segundo Zhang et al. (2018), o uso de compósitos pultrudados de PRFV como componentes estruturais ou como reforço a estruturas metálicas e de concreto vem crescendo significativamente nos últimos tempos.

O PRFV pultrudado é um material leve e possui diversas qualidades, como alta resistência química e à corrosão (SATHISHKUMAR et al. (2014)). Entretanto, ainda é um material relativamente recente e pouco explorado pela indústria. Embora a caracterização desse material seja desafiadora, ele ganha destaque por seus diferentes tipos de aplicações. Constantemente, surgem diversas novas pesquisas em torno desse material. Nos últimos anos, autores como Liu et al. (2018), Quadrino et al. (2018) e Zhang et al. (2018), apresentaram trabalhos voltados à caracterização desse material. Em suas pesquisas, Liu et al. (2018) notaram que existe grande discrepância no módulo de elasticidade de perfis com o mesmo tipo de

arquitetura (porcentagem de fibras, número de camadas e espessura de camadas). Por sua vez, Quadrino et al. (2018), relataram que o processo de fabricação de perfis pultrudados de PRFV provocam defeitos na estrutura interna do material, principalmente na junção mesa-alma, reduzindo a capacidade de carga do material e acelerando a fratura dos mesmos. Todas essas heterogeneidades influenciam no comportamento do material como um todo.

Outros autores, como Correia (2012), Cheng e Wang (2015), Cardoso e Vieira (2017), Vieira et al. (2017), Liu e Harries (2018), preocuparam-se em investigar a estabilidade de perfis pultrudado formados por PRFV, o que demanda o conhecimento das propriedades elásticas efetivas do material. Os autores anteriormente citados utilizaram métodos experimentais para determinação do módulo de elasticidade longitudinal do material. Entretanto, ensaios experimentais são destrutivos e podem ser custosos para serem realizados. Além disso, a determinação de propriedades elásticas na direção da espessura de um perfil de PRFV é extremamente difícil de ser realizada experimentalmente, uma vez que o perfil possui paredes finas. Somado à isso, a determinação das propriedades elásticas efetivas através de ensaios experimentais não confere ao pesquisador um bom entendimento da estrutura interna microscópica do material. Sem conhecer efetivamente a microestrutura interna do material, a propriedade efetiva de uma amostra medida através de ensaio experimental pode não ser representativa para todo o perfil que se deseja estudar. Portanto, mesmo utilizando ensaios experimentais é necessário garantir que a configuração da estrutura interna da amostra é representativa para a aplicação que se deseja realizar, principalmente para o caso de PRFV pultrudado, que possui grande heterogeneidade.

2.2. HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL

Apesar do procedimento experimental ainda ser o mais utilizado hoje em dia, outros autores propuseram novas metodologias para determinar propriedades elásticas efetivas de materiais heterogêneos, podendo contornar os problemas encontrados nos ensaios experimentais. Dentre elas, existe a técnica de homogeneização computacional através do método de elementos finitos (MEF). Pinho-da-Cruz et al (2009), Oliveira et al (2009), Dimitrienko e Sokolov (2010), Burla et al. (2009) e Andreassen e Andreassen (2013) são alguns dos pesquisadores que possuem trabalhos utilizando tal metodologia.

Pinho-da-Cruz et al. (2009) e Oliveira et al (2009) demonstram a formulação matemática e explica a teoria por traz da homogeneização assintótica. Dimitrienko e Sokolov (2009) apresentaram uma metodologia para obtenção de propriedades elásticas de materiais compósitos e apresentam os resultados obtidos para diversos materiais compósitos com

diversos tipos de reforço. Burla et al. (2009) utilizam um método de contorno implícito para determinar propriedades efetivas de compósitos. Em seu trabalho, a metodologia é validada com testes de convergência e análises 2D e 3D que produzem resultados compatíveis com resultados analíticos e resultados obtidos por outros autores na literatura. Andreassen e Andreassen (2013) apresentam, de forma educacional, como determinar propriedades efetivas de materiais compósitos utilizando técnicas de homogeneização. No trabalho de Andreassen e Andreassen (2013) encontram-se códigos de elementos finitos desenvolvidos em MatLab para determinar propriedades elásticas, permeabilidade e expansão térmica de materiais heterogêneos.

A vantagem da utilização da homogeneização computacional está na possibilidade de considerar a estrutura microscópica do material. A consideração da microescala em um modelo computacional gera grandes desafios, como por exemplo, em como criar o modelo virtual do material. Segundo Lim et al. (2016), a avaliação apurada das propriedades efetivas de um material tem dependência direta na fidelidade do modelo virtual. Uma das soluções que pode ser utilizada é a aplicação da técnica de microtomografia computadorizada de raios-X (micro-CT). Segundo Landis e Keane (2010), a micro-CT é uma excelente ferramenta para caracterização de materiais, pois através dela o modelo virtual pode ser gerado na escala de até 1 micrometro tendo como base uma amostra real do material.

Na literatura, são encontrados alguns trabalhos que utilizam homogeneização computacional aliado à micro-CT para determinar propriedades elásticas de diferentes materiais. Dentre eles podem ser citados: Wriggers e Moftah (2006) que utilizaram homogeneização computacional para estudar o comportamento do dano em concreto; Pereira et al. (2018) e Betancur et al. (2018), que aplicaram as técnicas de homogeneização em ferro fundido nodular; e Luo et al. (2019), que utilizaram homogeneização em concretos de alto desempenho.

Recentemente, alguns pesquisadores passaram a utilizar a metodologia da homogeneização em duas etapas para determinar propriedades elásticas de materiais que possuem heterogeneidades em uma escala intermediária (entre a micro e a macroescala). Dentre eles, Qsymah et al. (2016) utilizaram homogeneização em duas etapas para determinar a propriedade efetiva de concreto reforçado com fibras, onde na primeira etapa foi determinada a propriedade efetiva da matriz e, na segunda etapa, a propriedade efetiva do compósito a partir das propriedades efetivas da matriz e do reforço. Liu et al. (2017), por sua vez, utilizaram homogeneização computacional em duas etapas para determinar propriedades elásticas efetivas de compósitos têxtis.

Contudo, não foi encontrado na literatura trabalho que combine simulação numérica com imagens obtidas por micro-CT para determinar propriedades elásticas efetivas de PRFV pultrudado considerando sua microestrutura. Alguns trabalhos como os de Schell et al. (2006) e Garcea et al. (2017) podem até ser citados como trabalhos que utilizam micro-CT para o estudo de polímeros reforçados com fibras. O trabalho de Schell et al. (2006) utiliza micro-CT é para estudar a geometria do conjunto de fibras e dos poros que aparecem na meso estrutura de um PRFV. O trabalho de Garcea et al. (2017), mostra como micro-CT pode ser utilizada para avaliar PRF de forma qualitativa para diversas aplicações, como avaliar o processo de manufatura, avaliar o processo de fratura através do imageamento de amostras antes, durante e depois da realização de ensaios mecânicos, como compressão, tração e fadiga. No entanto, nenhum desses trabalhos se insere no âmbito de caracterização de materiais através de simulações computacionais em imagens de PRF gerados por micro-CT. Portanto, existe uma carência e demanda para que investigações de propriedades elásticas sejam feitas em perfis de PRFV.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo apresenta os materiais e métodos utilizados no processo de determinação das propriedades elásticas efetivas de perfis pultrudados de PRFV. Inicialmente, descreve-se o material utilizado, e em seguida, descrevem-se os passos necessários para a obtenção de um modelo computacional através de micro-CT, bem como o processo de homogeneização computacional feito em duas etapas. Dessa forma, este trabalho abordará todo o fluxo de trabalho necessário para a aplicação da técnica de homogeneização computacional em modelos computacionais gerados a partir de micro-CT. A Figura 2, meramente ilustrativa, sintetiza o fluxo de trabalho que será explicado ao longo deste capítulo.

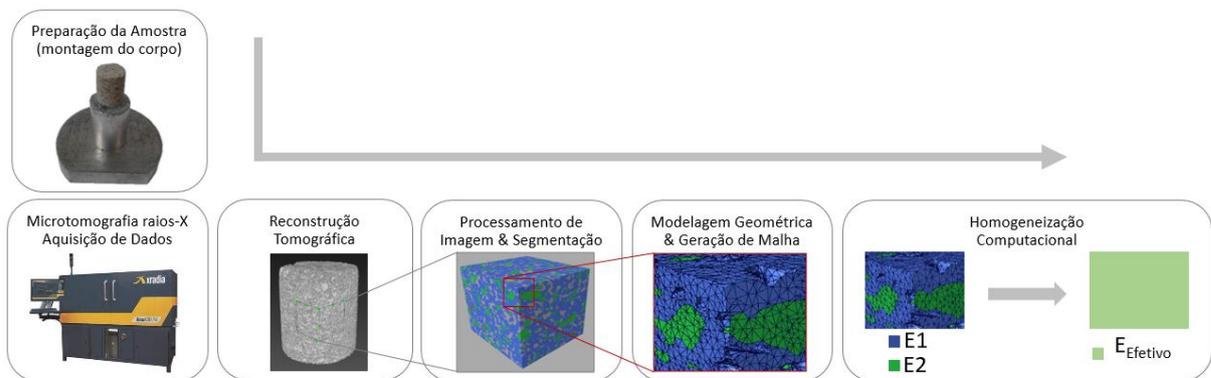


Figura 2: Fluxo de trabalho para realização de homogeneização computacional através de micro-CT.

Fonte: Adaptado de Pereira et al. (2016)

3.1. PULTRUDADO POLIMÉRICO REFORÇADO COM FIBRAS DE VIDRO

O material é formado por camadas de manta e camadas de fibras longas, do tipo E-glass, impregnadas por resina éster-vinílica. A camada de fibras longas é composta por fibras de vidro dispostas longitudinalmente (paralelas à direção de produção do perfil), enquanto a camada de manta é composta por fibras de vidro dispostas aleatoriamente. O perfil utilizado para retirada das amostras foi um perfil do tipo “U” de espessura total de 7,75 mm e produzido pela Cogumelo-Brasil. As amostras foram retiradas da alma do perfil, respeitando o limite de afastamento das bordas de 10mm. O perfil utilizado para retirada das amostras é apresentado na Figura 3 (a). Uma das amostras retiradas é apresentada na Figura 3 (b).

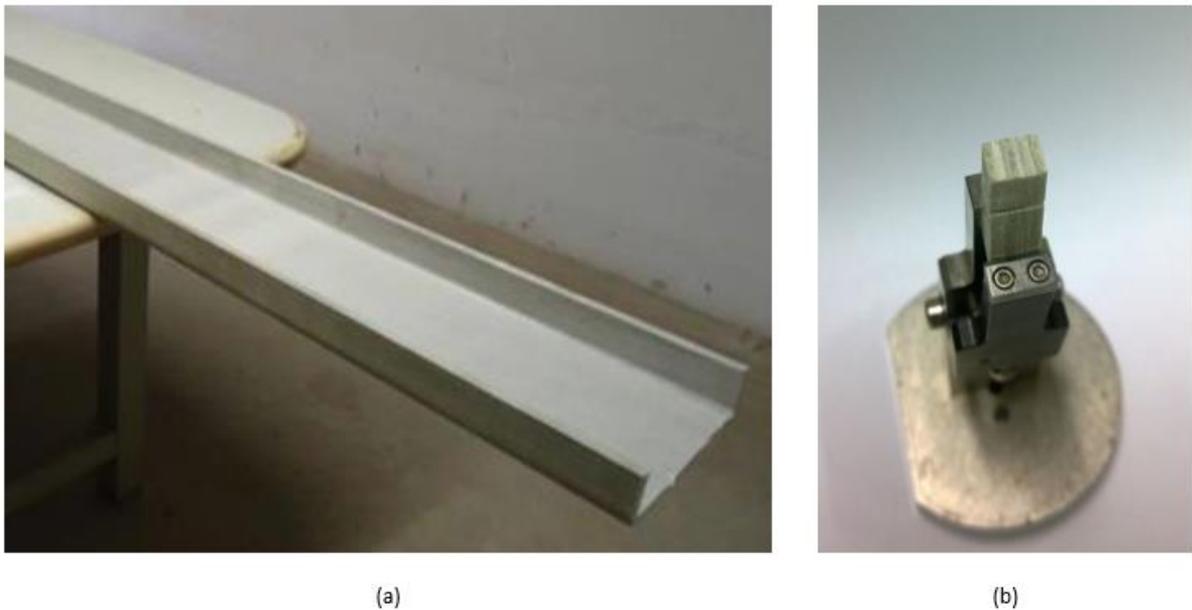


Figura 3: (a) Perfil pultrudado de PRFV utilizado para retirada das amostras; (b) Amostra de PRFV já cortada e posicionada no apoio para imageamento via micro-CT.

Fonte: Adaptado de Vieira (2015)

3.2. CRIAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

3.2.1. MICROTOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA (MICRO-CT)

A micro-CT é uma técnica utilizada para a visualização tridimensional (3D) interna de qualquer material na escala de micrômetros. Esta técnica consiste na geração de múltiplas radiografias tiradas de diversos ângulos para a produção de uma imagem 3D da estrutura interna de um objeto. No processo de radiografia, elétrons provenientes de uma fonte de raios-X são acelerados e forçados a se chocarem contra uma amostra de material. Cada fase presente nessa amostra é composta de elementos com densidades diferentes. Isso faz com que o nível de transmissão de raios-X seja diferente em cada uma das fases da amostra. Os raios-X que atravessam a amostra são recebidos pelo detector em forma de luz visível. O resultado é uma radiografia onde os níveis de cinza da imagem representam a intensidade da transmissão de raios-X sobre cada fase do material. Materiais com alto nível de transmissão recebem cores mais próximas do branco, enquanto materiais com baixos níveis de transmissão recebem cores mais próximas do preto (LANDIS et al, 2010).

No processo de micro-CT, o material a ser tomografado é posicionado em uma base giratória dentro do tomógrafo que rotaciona em torno de seu próprio eixo a cada radiografia realizada. As radiografias são então utilizadas por um algoritmo de reconstrução para a criação de uma imagem 3D do objeto. A reconstrução é feita através de uma análise inversa que

determina o nível de absorção de raios-X de um ponto espacial do material baseando-se nos níveis de absorção da projeção deste ponto nas imagens radiografadas. O equipamento utilizado neste trabalho para digitalização das amostras é o microtomógrafo Xradia Versa 510 produzido pela Zeiss.

O resultado de uma microtomografia é uma imagem digital matricial 3D de um objeto (ou seja, uma pilha de imagens). Uma imagem digital matricial é uma representação visual de um objeto formada por pequenos elementos chamados de pixel. Cada pixel recebe um valor específico que será responsável por atribuir a ele uma cor. O conjunto de vários pixels coloridos forma uma matriz de elementos que resulta na representação do objeto. Um objeto pode ser representado por diferentes imagens tendendo (ou não) a se aproximar da realidade, dependendo da quantidade e da dimensão de pixels que irão formar a matriz dessa imagem digital. Portanto, para a obtenção de tomografias, deve-se atentar às propriedades das imagens que serão geradas, dentre elas a dimensão de cada pixel e o tamanho da imagem em pixels (dimensão da matriz/malha).

A dimensão do pixel está diretamente relacionada com a resolução da imagem. A resolução da imagem é a densidade linear de pixels, que é dada geralmente em pixels por polegada, ou seja, o número de pixels utilizados para representar cada polegada de um objeto. A resolução determina o nível de detalhes do objeto que pode ser visto na imagem digital. Como cada pixel recebe uma única cor, detalhes menores que a dimensão do pixel não poderão ser notados na imagem digital já que farão parte de um único pixel representante dessa região. Dessa forma, quanto menor o tamanho do pixel, maior a resolução e, portanto, melhor a representação da imagem. A Figura 4 mostra como o tamanho do pixel e a resolução influenciam na representação do objeto.

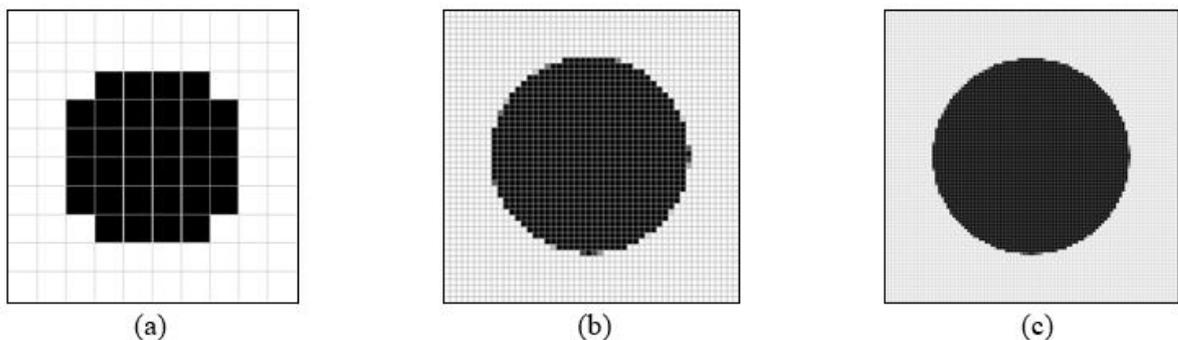


Figura 4: Representação de uma placa com uma inclusão circular no centralizada com diferentes quantidades de pixels: (a) 10×10 pixels; (b) 50×50 pixels; (c) 100×100 pixels.

A relação entre o tamanho da malha e o tamanho de cada pixel está diretamente relacionada com o tamanho total da região do objeto que será representada por uma imagem. Uma malha de 1.000×1.000 pixels, com pixels de $1 \mu\text{m}$, representará uma região de $1 \times 1 \text{ mm}^2$. Para a representação de uma região de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de determinado objeto, através de uma imagem com pixels de $1 \mu\text{m}$, serão necessários 10.000×10.000 pixels. Contudo, o número total de pixels de uma malha tem influência direta no espaço de armazenamento dessa imagem no computador.

Como mencionado anteriormente, a representação de cada pixel é feita através de cores (em tons de cinza) que são dadas por um valor específico. O número de cores disponíveis está relacionado ao número de valores possíveis de serem representados para cada pixel. Esses valores são dados pela quantidade de bits que serão utilizados para representar cada pixel. Bits são números binários que podem receber os valores 0 ou 1. Um pixel com 16 bits (valor padrão) pode representar 2^{16} valores, portanto 65.536 cores diferentes. Dessa forma, uma imagem de 2.048×2.048 pixels (muito comuns em micro-CT), em escala de cinzas, reservando 16 bits para cada pixel, precisa de 8,4 MB de memória para ser armazenada. A Tabela 1 relaciona a quantidade de memória necessária para representar imagens com diferentes tamanhos de malha.

Tabela 1: Memória necessária para armazenar imagens com diferentes dimensões de malha.

Dimensão da Malha	Memória Necessária (GB)
100^3	0,002
200^3	0,016
500^3	0,250
1024^3	2,147
2048^3	17,180
10000^3	2000,000

Para que uma região de interesse (ROI – *region of interest*) seja microtomografada, ela deve ser encaixada no campo de visão (FOV – *field of view*) do microtomógrafo. A imagem visualizada no campo de visão será representada em uma imagem dividida em uma quantidade de pixels definida pelo operador de acordo com as limitações do equipamento. O microtomógrafo utilizado permite que o campo de visão seja dividido em 2048×2048 , 1024×1024 , 512×512 e 256×256 . Isso significa que as imagens geradas pelo microtomógrafo podem possuir as dimensões de 2048^3 , 1024^3 , 512^3 ou 256^3 voxels, respectivamente. Essa limitação faz com que tenhamos que ponderar sobre o tamanho da região do objeto a ser

representada pela imagem e sobre a qualidade da imagem digital, já que ambas estão relacionadas com a relação entre o tamanho do pixel e o tamanho da malha.

Considerando que a malha é pré-definida pelo limite do equipamento de micro-CT, criar um modelo computacional a partir de uma microtomografia requer a solução do seguinte impasse: analisar grandes volumes da amostra ou aumentar a qualidade da imagem. Para que uma região de interesse maior seja representada no campo de visão do micro-CT, o tamanho do pixel deve ser aumentado, tendo como consequência, a diminuição da resolução da imagem. Por outro lado, aumentar a qualidade da imagem (melhorar a resolução) significa aumentar o número de pixels para representar a região de interesse, tendo, por conseguinte, a redução da região de interesse a ser representada no campo de visão do micro-CT.

A Figura 5 ilustra a relação entre a qualidade da imagem e o tamanho do volume de interesse de uma amostra quando se deseja obter uma microtomografia de $100 \times 100 \times 100$ voxels. Enquanto a tomografia A consegue representar uma região maior, de dimensão $2L$, a região interna de tamanho L é representada com menor nível de detalhe. Por outro lado, a tomografia B, da direita representa somente a região L , porém com uma riqueza maior de detalhes.

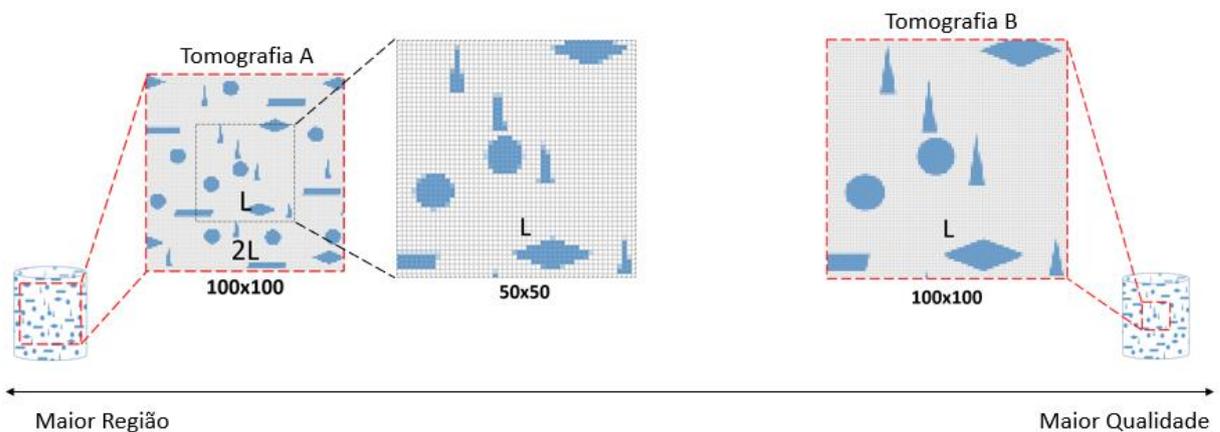


Figura 5: Relação entre a qualidade da imagem e a região de interesse a ser representada.

Considerando que o perfil pultrudado de PRFV possui alta heterogeneidade em diferentes escalas, a fim de se obter a melhor representação possível do material, foram realizadas três microtomografias de regiões de interesse distintas de uma amostra utilizando diferentes resoluções. As microtomografias foram nomeadas como *tomo1*, *tomo2* e *tomo3*: *tomo1* - microtomografia do corpo de prova abrangendo toda sua espessura com voxels (o equivalente à pixel em 3 dimensões) de $5,5 \mu\text{m}$ (Figura 6 (a)); *tomo2* - microtomografia de uma região da camada de fibras longas com voxels de $1 \mu\text{m}$ (Figura 6 (b)); *tomo3* - microtomografia da camada de manta com voxels de $2 \mu\text{m}$ (Figura 6 (c)). A Figura 7 apresenta

uma imagem 2D das tomografias *tomo1*, *tomo2* e *tomo3*, onde é possível ver uma clara diferença entre a qualidade da representação das fibras nas três microtomografias.

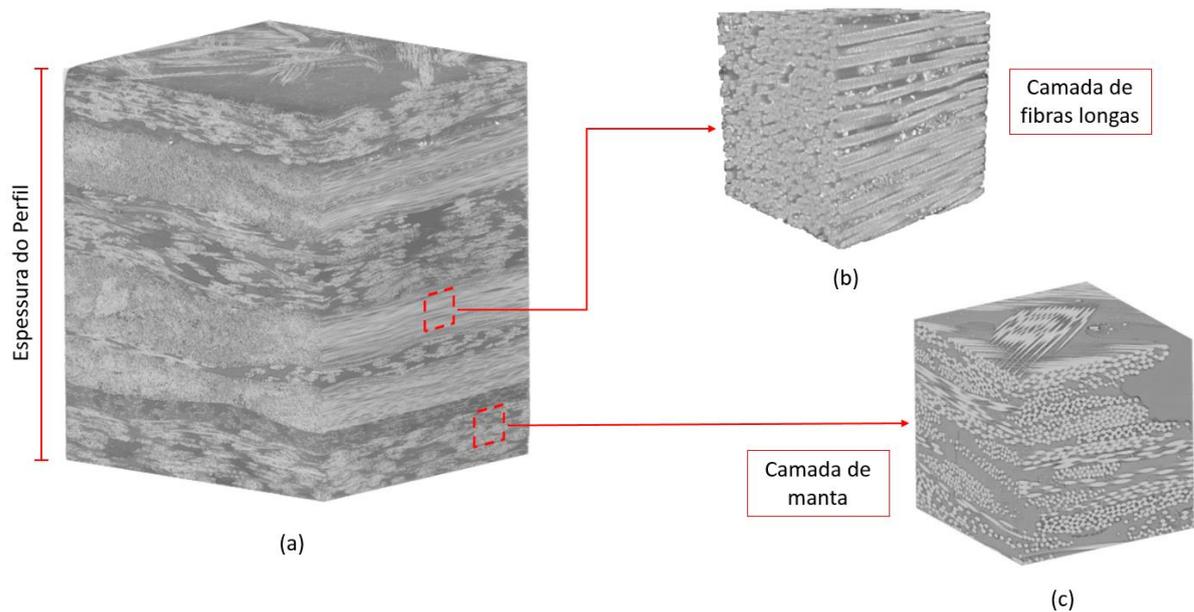


Figura 6: Tomografias adquiridas: (a) tomo1 - espessura do perfil pultrudado de PRFV; (b) tomo2 - camada de fibras longas; (c) tomo3 - camada de manta.

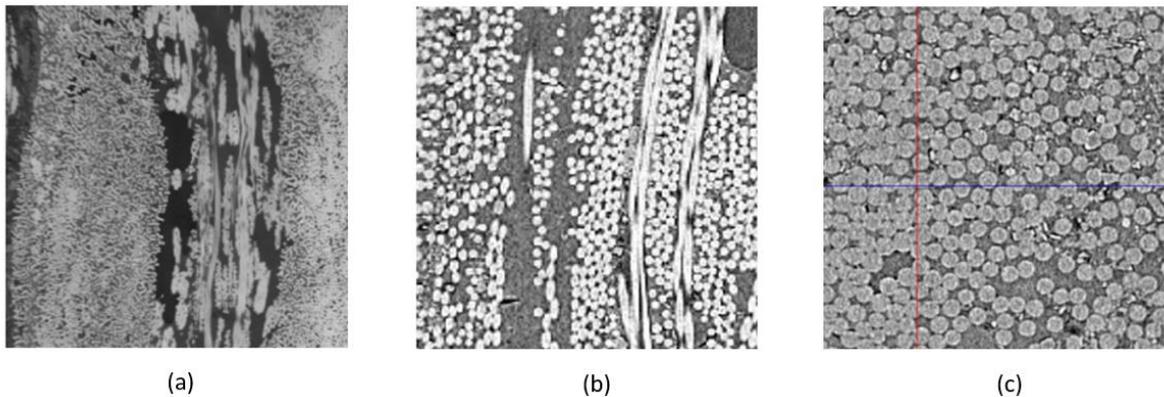


Figura 7: Imagem comparativa entre as tomografias de 5.5 µm (tomo1) (a), 2 µm (tomo3) (b) e 1 µm (tomo2) (c).

3.2.2. TRATAMENTO E SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS

Após digitalização e reconstrução tomográfica, um objeto virtual 3D é gerado. A visualização da estrutura interna do material pode ser feita através de planos de corte, como mostrado na Figura 8. Todavia, para análises quantitativas mais refinadas, como a determinação de porosidade, módulo de elasticidade e outras propriedades efetivas, as imagens devem ser processadas. O processamento de imagens inclui descarte de volume para retirada de artefatos (regiões com tons de cinza diferentes do esperado), aplicação de filtros para tratamento de ruídos e determinação das regiões que representam cada material constituinte da amostra.

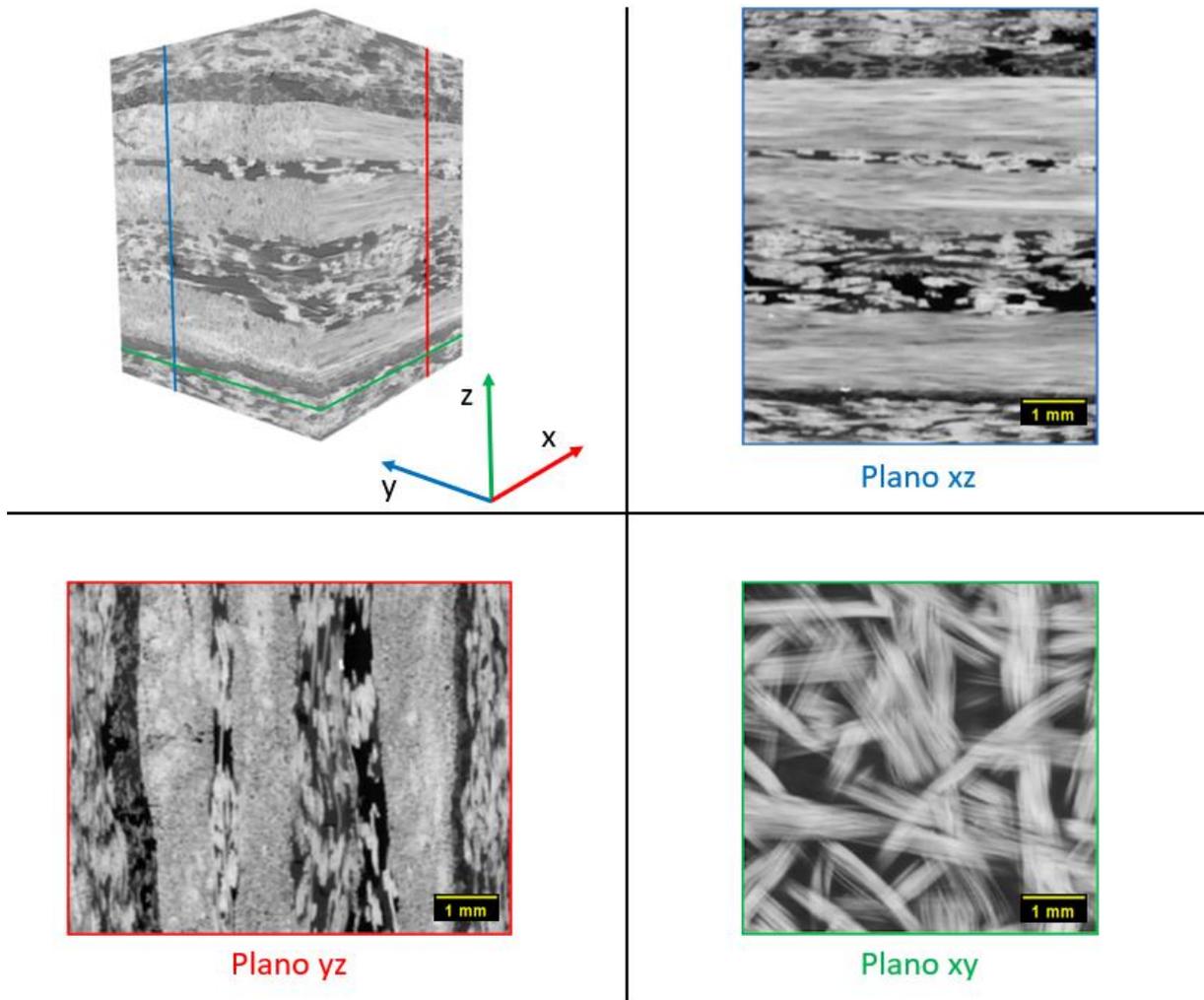


Figura 8: Visualização da estrutura interna de uma amostra de PRFV pultrudado através de planos de corte da imagem microtomográfica.

Como a fonte do equipamento de micro-CT possui emissão de raios-X em forma de cone, as microtomografias podem apresentar artefatos tanto na parte superior quanto na parte inferior da imagem 3D, conforme mostra a Figura 9. Para eliminar esse problema a imagem 3D deve ser cortada. Além disso, essas imagens podem, também, apresentar ruído. Nesses casos é necessário utilizar ferramentas que reduzam essas interferências e aprimorem determinadas características das imagens. Essas ferramentas são chamadas de filtros de imagem. Os filtros são baseados em algoritmos sofisticados que facilitam a extração de determinadas informações de uma imagem, através da modificação do histograma de cinzas da imagem. O histograma da imagem consiste num gráfico de distribuição da densidade de valores de cinza de um pixel (ou voxel). Após a aplicação de determinados filtros, as imagens ganham melhor definição do contorno de fases e a coloração de cada fase se torna mais homogênea, como mostrado na Figura 10. A imagem representada na Figura 10 foi tratada com os filtros *Non-Local means* e *Delineate* no software Avizo Fire

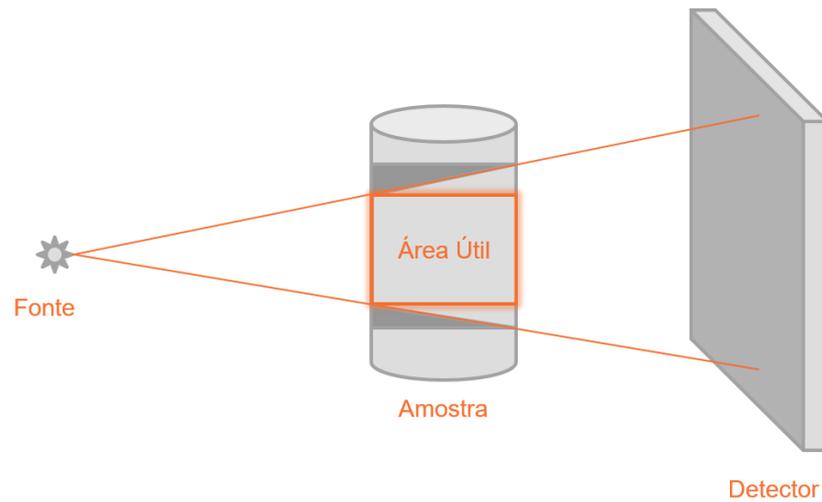


Figura 9: Artefato gerado por fontes com emissão de raios em forma de cone.

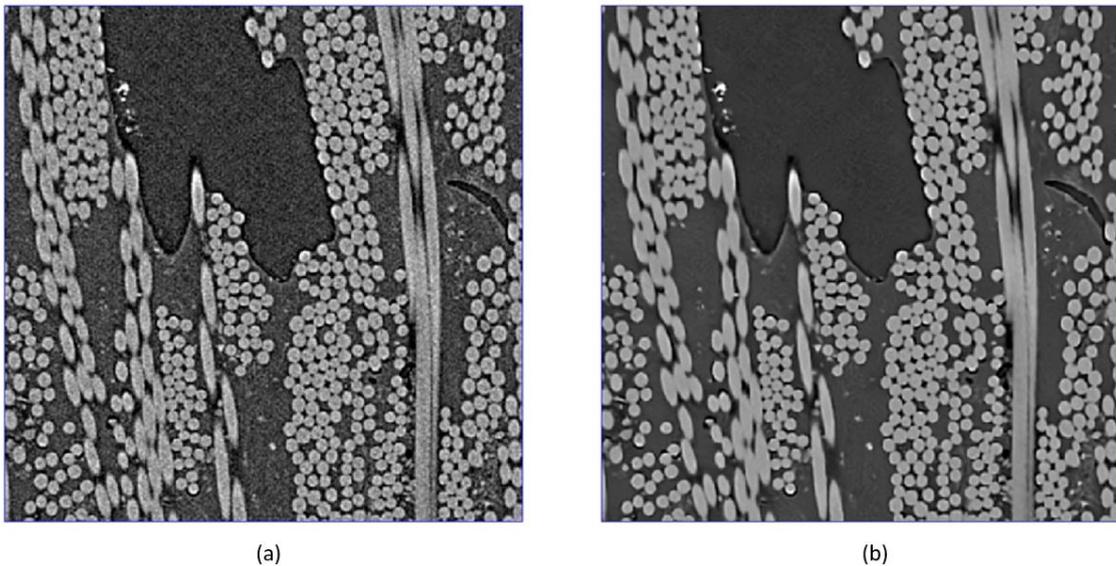


Figura 10: Seção do pultrudado sem aplicação de filtros (a) e com a aplicação de filtros (b).

Após o tratamento da imagem, é necessário determinar quais voxels representam quais constituintes do material. Esse processo é chamado de segmentação. A segmentação consiste na determinação das fases do material de acordo com os tons cinza da microtomografia, como ilustrado na Figura 11. Este processo pode ser realizado através do histograma da imagem. Existem diferentes ferramentas para auxiliar no processo de segmentação de imagens. A escolha dessas ferramentas e o processo de segmentação podem exigir muito tempo e experiência para que se obtenha um bom resultado. A Figura 11 mostra a segmentação de uma fatia (ou seção) da camada de manta, em que foi utilizada a ferramenta *Trainable Weka Segmentation*, que realiza a segmentação da imagem através de machine learning (Arganda-Carreras (2017)).

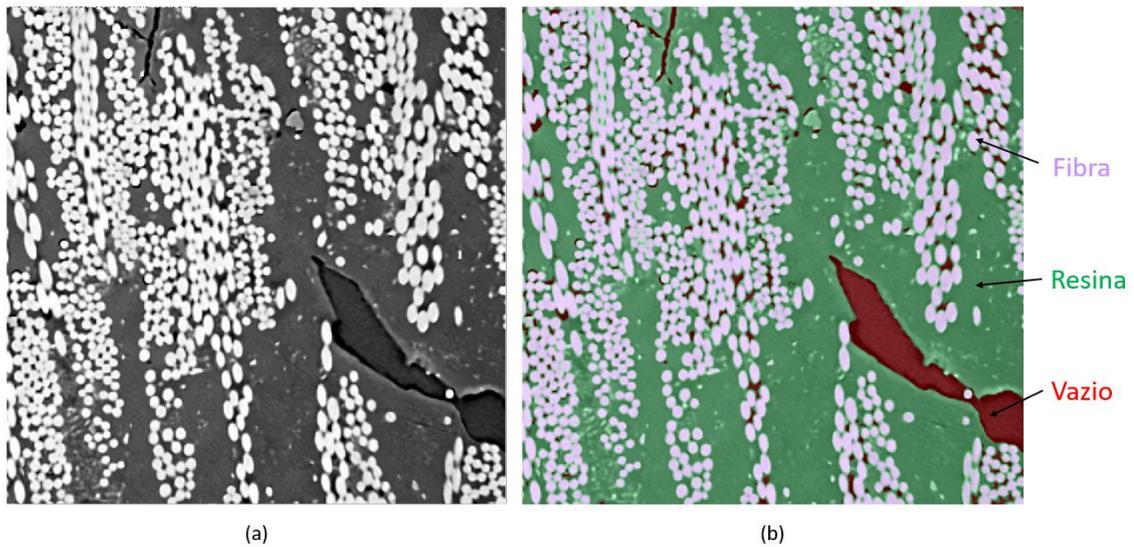


Figura 11: Seção da amostra sem segmentação (a) e com segmentação (b).

Alguns fatores podem interferir no processo de segmentação. Um deles é o tamanho do pixel. Como explicado anteriormente, o tamanho do pixel determina a resolução da imagem, que representa o nível de detalhes que poderá ser visto na imagem. Uma imagem com menor nível de detalhes pode dificultar a determinação dos contornos das fases do material a ser analisado, dificultando a determinação da faixa de valores do histograma que representam cada constituinte do material. Dessa forma, a segmentação das tomografias da amostra de PRFV gerada com diferentes resoluções irá produzir modelos virtuais com diferentes qualidades de representação das interfaces entre as fases.

A partir microtomografias *tomo1*, *tomo2* e *tomo3*, apresentadas na seção anterior, foram realizadas 5 segmentações diferentes. Três dessas segmentações foram feitas com a microtomografia do compósito considerando sua espessura total. Dentre as outras duas segmentações realizadas, uma foi feita para a camada de fibras longas e a outra para a camada de manta. As fases a serem segmentadas em cada segmentação estão indicadas na Tabela 3. As imagens de cada segmentação são mostradas na Figura 12.

Tabela 2: Fases a serem segmentadas de cada tomografia.

Segmentação	Tomografia	Fases Segmentadas
a	Tomo1	Resina – Fibra – Vazio
b	Tomo1	Camadas de Manta e de Fibras Longas
c	Tomo1	Fibras Longas – Manta – Resina – Vazio
d	Tomo2	Resina – Fibras Longas – Vazio
e	Tomo3	Resina – Manta – Vazio

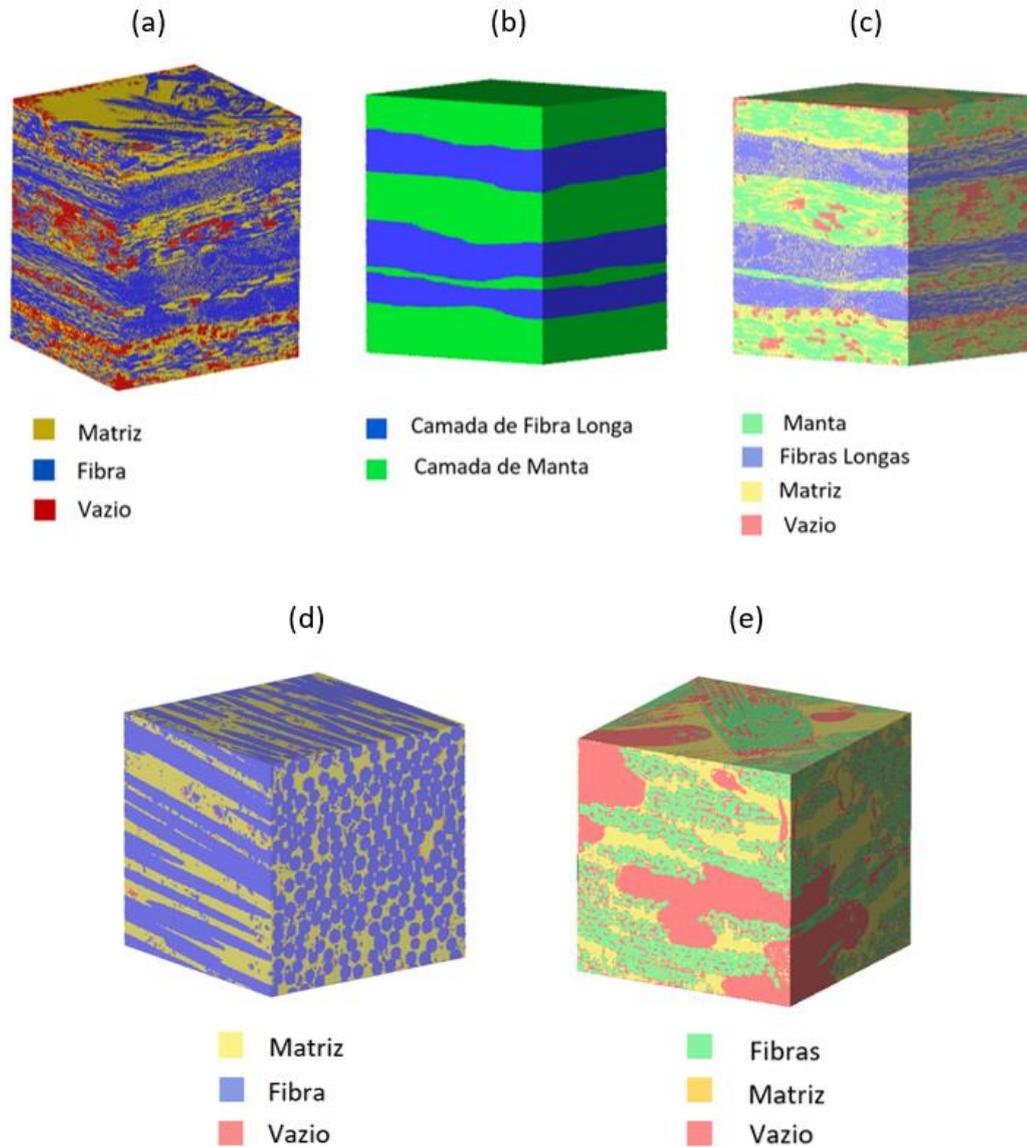


Figura 12: Segmentações das imagens tomográficas realizadas de acordo com a Tabela 2.

3.3. HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL

As técnicas de homogeneização computacional buscam determinar relações entre a micro e a macroestrutura do material, que consistem na determinação de propriedades efetivas de volumes representativos elementares (VRE, ou do inglês *representative volumetric element* – RVE) através das propriedades de elementos na escala microscópica. Este processo é feito através da aplicação de deformações conhecidas ou tensões conhecidas no VRE. A aplicação de deformações iniciais (método das deformações prescritas) causará o surgimento de tensões internas no material. A propriedade efetiva homogeneizada do material $E_{efetivo}$ é definida como a relação entre a deformação aplicada (no caso do método dos deslocamentos) no VRE e a média das tensões internas.

De forma análoga, a propriedade efetiva pode ser, também, determinada através de tensões prescritas que produzirão um estado de deformações no material. Na microescala, devido às heterogeneidades, o estado de deformações depende das propriedades de cada fase do material, como mostra a Figura 13. A propriedade efetiva do material, utilizada na escala macroscópica, é obtida através das médias das deformações da escala microscópica (Figura 13).

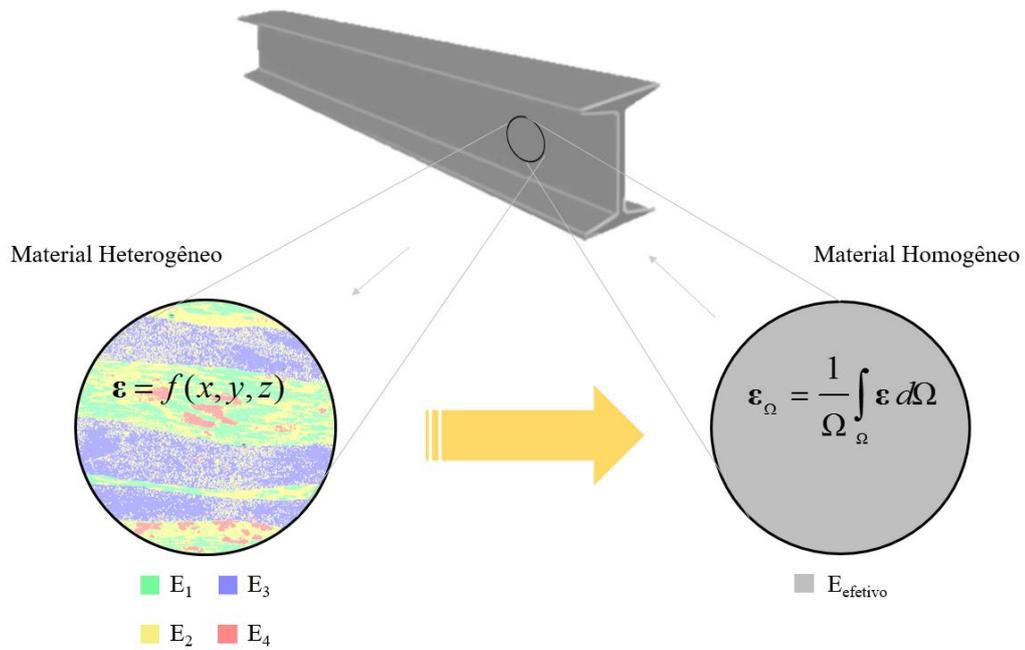


Figura 13: Representação das heterogeneidades na microescala e da propriedade efetiva utilizada na macroescala.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\Omega} = \mathbf{C}^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_{\Omega} \quad (1)$$

onde,

$$\boldsymbol{\sigma}_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (2)$$

e Ω denota o volume representativo.

Se considerarmos um problema generalizado, o estado de tensões é representado por um tensor de tensões de segunda ordem. Da mesma forma, o estado de deformações é representado por um tensor de segunda ordem. Com o intuito de simplificar a implementação computacional (e graças à simetria dos tensores de tensão e deformação), os tensores de segunda ordem são reescritos usando a notação de Voigt:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}; \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Portanto, para relacionar esses tensores, as propriedades efetivas são constituintes de um tensor de 4ª ordem, e devido a simetria de elementos, o tensor pode ser reduzido para um tensor de 2ª ordem. Esse tensor com propriedades efetivas é comumente chamado de matriz constitutiva e possui todas as propriedades elásticas efetivas do material. A Equação (1) pode ser reescrita na forma matricial, apresentando a matriz constitutiva do material relacionando o vetor de tensões e o vetor de deformações. Essa equação é comumente chamada de lei de Hooke generalizada.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

No método de deformações prescritas, as deformações a serem aplicadas no VRE são geralmente deformações unitárias em uma única direção. Esse estado de deformação facilita a determinação da matriz constitutiva do material como pode ser visto a seguir.

A partir da Equação (4), aplicando uma deformação unitária na direção 1, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Por conseguinte, o valor de σ_1 é definido por:

$$\sigma_1 = C_{11} \cdot 1 + C_{12} \cdot 0 + C_{13} \cdot 0 + C_{14} \cdot 0 + C_{15} \cdot 0 + C_{16} \cdot 0 = C_{11} \quad (6)$$

De forma análoga, após aplicarmos as operações para as outras linhas do tensor, obtemos o tensor de tensões:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ C_{41} \\ C_{51} \\ C_{61} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Observa-se que o tensor de tensões obtidos para a deformação unitária na direção 1 representa a primeira coluna da matriz \mathbf{C} . Ou seja, a aplicação de uma deformação unitária em uma direção irá provocar tensões internas no material e a média dessas tensões será equivalente à uma das colunas da matriz constitutiva do material. A matriz \mathbf{C} pode, então, ser obtida através de 6 análises, onde em cada análise o tensor de deformações apresenta uma deformação unitária diferente. É possível obter as propriedades elásticas efetivas do material, assumindo que seu comportamento é ortotrópico, comparando a matriz encontrada com a matriz constitutiva do material em termos das constantes de engenharia (módulo de Young, módulo de elasticidade transversal e coeficiente de Poisson) dada pela Equação (8).

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

3.3.1. VOLUME REPRESENTATIVO ELEMENTAR E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Ao passo que se aumenta o volume de interesse a ser analisado, a propriedade efetiva calculada para esse volume se aproxima da propriedade efetiva de um volume representativo elementar (VRE) do material. A tendência de aproximação para a propriedade efetiva do

material pode se dar de diferentes formas dependendo da condição de contorno imposta. Quando se utiliza o método de deformações prescritas (deslocamento constante), a convergência acontece no sentido de reduzir a propriedade medida, como mostra a Figura 14. Quando se utiliza o método das tensões prescritas (força constante), a convergência ocorre no sentido de aumentar a propriedade medida (Figura 14). Porém, ambos os métodos representam uma análise virtual não confinada do material e são, geralmente, necessários volumes muito grandes para que se atinja a convergência da propriedade elástica. Entretanto, existe a possibilidade de utilizar uma outra condição de contorno que faz com que as propriedades medidas convirjam para a propriedade efetiva de um VRE mais rapidamente, isto é, através da análise de volumes menores. São as chamadas condições de contorno periódicas. Essas condições simulam o volume de interesse dentro de uma região periódica, ou seja, é considerado que o volume de interesse se repete em todas as direções, como mostrado na Figura 15. A comparação entre os resultados obtidos com os 3 métodos é feita na Figura 14.

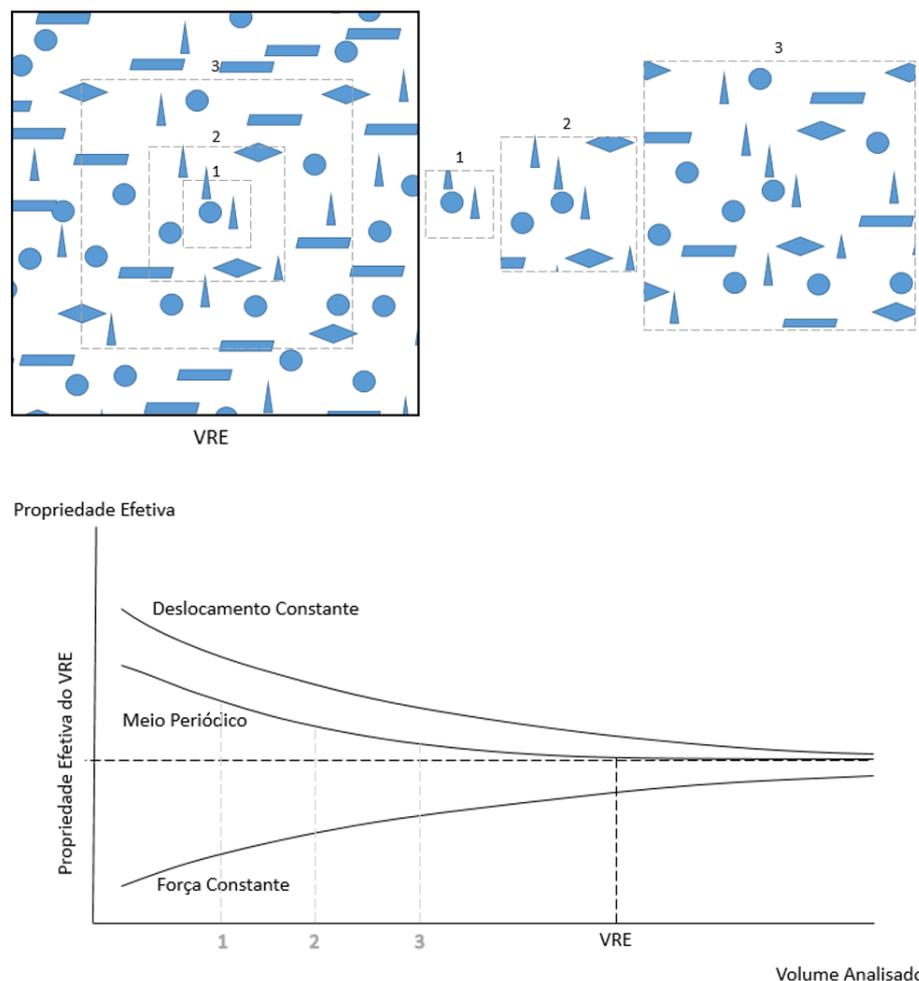


Figura 14: Convergência da propriedade efetiva em relação ao tamanho do volume de interesse para diferentes tipos de condições de contorno.

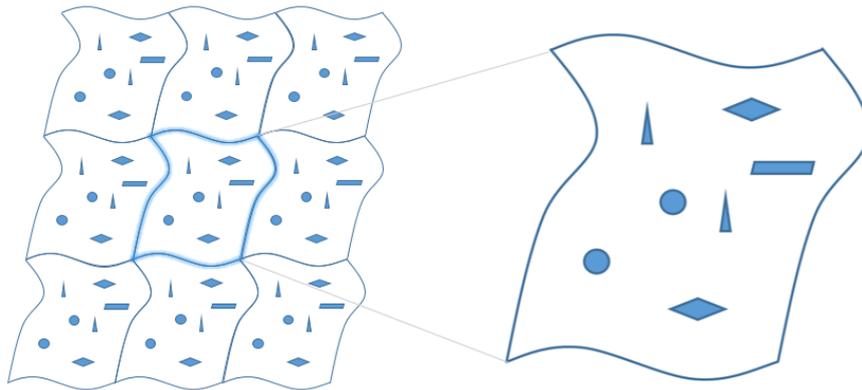


Figura 15: Representação de um meio periódico.

3.3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Como citado anteriormente, a determinação de propriedades efetivas se dá através da aplicação de deformações ou tensões prescritas e do cálculo das grandezas resultantes de acordo com o comportamento do material. O comportamento dos materiais é governado por equações diferenciais provenientes da estática, da cinemática e por uma lei constitutiva. Portanto, determinar tensões internas produzidas no material devido um estado de deformações prescrito significa resolver esse conjunto de equações diferenciais. Na maioria dos casos essas equações diferenciais não possuem resultados analíticos, e por isso são necessários métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (MEF), para sua resolução.

O MEF se propõe a determinar a solução do problema de forma aproximada para um conjunto finito de elementos conectados por um número finito de pontos (comumente chamados de nós). O domínio contínuo do problema é representado por funções interpoladoras, chamadas de funções de forma, que interpolam os valores das variáveis calculados nos nós dos elementos. O MEF tem como um de seus requisitos básicos a transformação da forma diferencial (forma forte) das equações governantes do problema em equações integrais (forma fraca). O processo pode ser feito pela aplicação do método dos resíduos ponderados, que permite aproximar a solução exata do problema por aquela que tem os resíduos nulos das equações governantes, ponderados por funções contínuas e diferenciáveis, de forma integral no domínio de interesse. Dessa forma, o problema de valor de contorno do meio contínuo pode ser solucionado pela média de valores de um intervalo definido.

Uma das equações governantes do problema da mecânica dos sólidos é proveniente da conservação da quantidade de movimento linear: a equação de equilíbrio, que pode ser escrita como apresentado na Equação (13)

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (13)$$

Para aplicar o método dos resíduos ponderados na que ação de equilíbrio, multiplica-se a Equação (13), por função de ponderação ψ_k . O somatório dos resíduos gerados pela aproximação é considerado nulo dentro de um intervalo definido:

$$\int_{\Omega} \psi_i (\sigma_{ij,j} + f_i) d\Omega = 0 \quad (14)$$

Utilizado o teorema da divergência no primeiro termo da integral das Equação (14), é possível reduzir a ordem da derivada e externalizar o campo de tensões, resultando na Equação (15).

$$\int_{\Gamma} \psi_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma - \int_{\Omega} \psi_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \psi_i f_i d\Omega = 0 \quad (15)$$

Contudo, a resolução do problema também exige que a equação da cinemática seja satisfeita. A equação da cinemática, dada pela Equação (16), relaciona a deformação infinitesimal com o gradiente do campo de deslocamentos.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (16)$$

Entretanto, resolver as equações da estática e cinemática requer o uso de mais uma equação: a equação constitutiva de Hooke. A lei de Hooke rege o comportamento de materiais no regime linear elástico, relacionando o campo de tensões com o campo de deformações através do módulo de Young. A lei de Hooke é dada pela Equação (17).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (17)$$

Dessa forma, a Equação (15) pode ser reescrita na forma fraca (forma integral) como:

$$\int_{\Gamma} \psi_i t_i d\Gamma - \int_{\Omega} \psi_{i,j} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} d\Omega + \int_{\Omega} \psi_i f_i d\Omega = 0 \quad (18)$$

A Equação (18) também é conhecida como equação de Navier. A partir da equação de Navier apresentada na forma fraca, o domínio do problema é discretizado em um conjunto de elementos finitos. A forma como o domínio é discretizado pode ter impacto nas funções de ponderação a serem utilizadas. Uma das formas mais comuns de determinar as funções de ponderação é atribuir a elas as funções de aproximação dos valores nodais, as funções de forma. Esse método é conhecido como o método de Galerkin.

A matriz de funções de forma é chamada de matriz \mathbf{N} . A matriz \mathbf{N} relaciona o campo de deslocamentos \mathbf{u} com os deslocamentos nodais \mathbf{d} :

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (19)$$

Para relacionar o as deformações com o campo deslocamento dado pela Equação (14) é criada uma matriz chamada de matriz \mathbf{B} . A Equação (14) é reescrita em função da matriz \mathbf{B} como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (20)$$

A matriz \mathbf{B} é resultado da multiplicação de uma matriz de gradientes pela matriz das funções de forma \mathbf{N} , conforme a Equação (21):

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}\mathbf{N} \quad (21)$$

Dessa forma, após discretização do domínio, a equação governante do problema, no “domínio do elemento”, passa a ser representada por:

$$\int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{d} d\Omega_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{f} d\Omega_e + \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \mathbf{t} d\Gamma_e \quad (22)$$

O primeiro e segundo termo do lado direito da equação (22) equivalem, respectivamente, às forças de volume e às forças de superfície nas quais os elementos estão sujeitos. A equação (22) pode ser resumida na equação algébrica dada por:

$$\mathbf{k}\mathbf{d} = \mathbf{f} \quad (23)$$

onde, \mathbf{k} é a matriz de rigidez do elemento finito dada por:

$$\mathbf{k} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \quad (24)$$

3.3.3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Este capítulo apresenta a implementação computacional da metodologia discutida neste trabalho. Para melhor compreensão do leitor, este capítulo irá apresentar a implementação do método de homogeneização em MatLab, que possui uma linguagem de mais fácil entendimento. Dessa forma, a apresentação do código proposto neste capítulo tem propósito educacional. O

uso da metodologia para resolução de problemas em larga escala deve ser feito através de linguagens de mais alta performance, como a linguagem C.

O programa aqui apresentado é capaz de determinar propriedades elásticas de materiais heterogêneos através de imagens tridimensionais. A entrada de dados do programa, apresentada no Código 1 exige, além leitura de uma imagem tridimensional a ser analisada, as dimensões da imagem e os módulos de elasticidade da imagem e coeficientes de poisson de cada fase presente no material. Materiais que apresentam poros também podem ser homogeneizados através deste programa. Para isso, é necessário que os elementos da matriz que representa a imagem recebam valores iguais a zero. A função principal, responsável pelo cálculo da matriz constitutiva do material compósito é chamada pela função “homogenize3D” apresentada na linha 8.

Código 1: Entrada de dados do programa de homogeneização.

```

1 %% Input
2 z=imread('filename.tif');
3 prop = [68.3 0.3;      %módulo de elasticidade e poisson da fase 1
4         379.3 0.1];  %módulo de elasticidade e poisson da fase
5 nx=size(z,1);
6 ny=size(z,2);
7 nz=size(z,3);
8 homogenize3D(1,1,1,z+1,prop);

```

Dentro da função de “homogenize3D”, o primeiro passo do programa é realizar a inicialização de variáveis que serão utilizadas no cálculo das propriedades elásticas do material, como a dimensão de cada voxel (dx, dy e dz), definidos nas linhas 12-14 do Código 2, a quantidade de elementos por imagem 2D e a quantidade de elementos da imagem 3D, definidas nas linhas 15 e 16 do mesmo código .

Código 2: Inicialização de variáveis do programa de homogeneização.

```

9 function X = homogenize3D(lx,ly,lz,z, prop)
10 %% Inicialização
11 [nely, nelx, nelz] = size(z);
12 dx = lx/nelx;
13 dy = ly/nely;
14 dz = lz/nelz;
15 nel = nelx*nely;
16 nels=nelx*nely*nelz;

```

Como o programa se propõe a fazer simulações a partir de imagem, e tem seus elementos baseados em voxels, todos os elementos são iguais, portanto, os vetores de carga dos elementos e as matrizes de rigidez de cada elemento diferente podem ser calculadas uma vez para cada tipo de material, reduzindo consideravelmente o tempo de simulação. Essas matrizes são incorporadas no programa principal por meio do Código 3:

Código 3: Chamada das funções de cálculo da matriz de rigidez e dos vetores de força.

```

17 %% Cálculo das matrizes únicas dos elementos
18 for i=1:size(prop,1) %% Cálculo das Matrizes dos Elementos Únicos
19 [ke(:, :, i), fe(:, :, i)] = matElementoFinito(dx, dy, dz, prop(i, :));
20 k(:, i) = reshape(ke(:, :, i)', 576, 1);
21 end

```

A linha 20 do Código 3 é responsável por chamar a função que realiza o cálculo da matriz de cada elemento diferente. A função do cálculo dessa matriz, bem como do cálculo do vetor de carga, que é usualmente chamado de vetor do lado direito da equação, é apresentada no Código 4.

Código 4: Função que calcula a matriz de rigidez do elemento e o vetor de carga.

```

22 %% Matriz de rigidez e vetor do lado direito da equação
23 function [k, f] = matElementoFinito(dx, dy, dz, propElem)
24 coordsElem = [0 0 0; dx 0 0; dx dy 0; 0 dy 0;
25              0 0 dz; dx 0 dz; dx dy dz; 0 dy dz];
26 rr = [-1/sqrt(3) 1/sqrt(3)];
27 ss = rr;
28 tt = rr;
29 ww = [1 1];
30 k = zeros(24);
31 E = propElem(1, 1);
32 nu = propElem(1, 2);
33 C = E / ((1 + nu) * (1 - 2 * nu));
34 C = C * [1 - nu nu nu 0 0 0;
35         nu 1 - nu nu 0 0 0;
36         nu nu 1 - nu 0 0 0;
37         0 0 0 (1 - 2 * nu) / 2 0 0;
38         0 0 0 0 (1 - 2 * nu) / 2 0;
39         0 0 0 0 0 (1 - 2 * nu) / 2];
40 f = zeros(24, 6);
41 for i = 1:2
42     r = rr(1, i);
43     for j = 1:2
44         s = ss(1, j);
45         for ks = 1:2
46             t = tt(1, ks);
47             dN1dr = -1/8 * (1 - s) * (1 - t); dN1ds = -1/8 * (1 - r) * (1 - t);
48             dN1dt = -1/8 * (1 - r) * (1 - s); dN2dr = +1/8 * (1 - s) * (1 - t);
49             dN2ds = -1/8 * (1 + r) * (1 - t); dN2dt = -1/8 * (1 + r) * (1 - s);
50             dN3dr = +1/8 * (1 + s) * (1 - t); dN3ds = +1/8 * (1 + r) * (1 - t);
51             dN3dt = -1/8 * (1 + r) * (1 + s); dN4dr = -1/8 * (1 + s) * (1 - t);
52             dN4ds = +1/8 * (1 - r) * (1 - t); dN4dt = -1/8 * (1 - r) * (1 + s);
53             dN5dr = -1/8 * (1 - s) * (1 + t); dN5ds = -1/8 * (1 - r) * (1 + t);
54             dN5dt = +1/8 * (1 - r) * (1 - s); dN6dr = +1/8 * (1 - s) * (1 + t);
55             dN6ds = -1/8 * (1 + r) * (1 + t); dN6dt = +1/8 * (1 + r) * (1 - s);
56             dN7dr = +1/8 * (1 + s) * (1 + t); dN7ds = +1/8 * (1 + r) * (1 + t);
57             dN7dt = +1/8 * (1 + r) * (1 + s); dN8dr = -1/8 * (1 + s) * (1 + t);
58             dN8ds = +1/8 * (1 - r) * (1 + t); dN8dt = +1/8 * (1 - r) * (1 + s);
59             DN = [dN1dr dN2dr dN3dr dN4dr dN5dr dN6dr dN7dr dN8dr;
60                 dN1ds dN2ds dN3ds dN4ds dN5ds dN6ds dN7ds dN8ds;
61                 dN1dt dN2dt dN3dt dN4dt dN5dt dN6dt dN7dt dN8dt];
62             J = DN * coordsElem;
63             invJ = inv(J);
64             DNxy = invJ * DN;

```

```

65     B = [DNxy(1,1) 0 0 DNxy(1,2) 0 0 DNxy(1,3) 0 0 ...
66         DNxy(1,4) 0 0 DNxy(1,5) 0 0 DNxy(1,6) 0 0 ...
67         DNxy(1,7) 0 0 DNxy(1,8) 0 0;
68     0 DNxy(2,1) 0 0 DNxy(2,2) 0 0 DNxy(2,3) 0 ...
69     0 DNxy(2,4) 0 0 DNxy(2,5) 0 0 DNxy(2,6) 0 ...
70     0 DNxy(2,7) 0 0 DNxy(2,8) 0;
71     0 0 DNxy(3,1) 0 0 DNxy(3,2) 0 0 DNxy(3,3) ...
72     0 0 DNxy(3,4) 0 0 DNxy(3,5) 0 0 DNxy(3,6) ...
73     0 0 DNxy(3,7) 0 0 DNxy(3,8);
74     DNxy(2,1) DNxy(1,1) 0 DNxy(2,2) DNxy(1,2) 0 ...
75     DNxy(2,3) DNxy(1,3) 0 DNxy(2,4) DNxy(1,4) 0 ...
76     DNxy(2,5) DNxy(1,5) 0 DNxy(2,6) DNxy(1,6) 0 ...
77     DNxy(2,7) DNxy(1,7) 0 DNxy(2,8) DNxy(1,8) 0;
78     DNxy(3,1) 0 DNxy(1,1) DNxy(3,2) 0 DNxy(1,2) ...
79     DNxy(3,3) 0 DNxy(1,3) DNxy(3,4) 0 DNxy(1,4) ...
80     DNxy(3,5) 0 DNxy(1,5) DNxy(3,6) 0 DNxy(1,6) ...
81     DNxy(3,7) 0 DNxy(1,7) DNxy(3,8) 0 DNxy(1,8);
82     0 DNxy(3,1) DNxy(2,1) 0 DNxy(3,2) DNxy(2,2) ...
83     0 DNxy(3,3) DNxy(2,3) 0 DNxy(3,4) DNxy(2,4) ...
84     0 DNxy(3,5) DNxy(2,5) 0 DNxy(3,6) DNxy(2,6) ...
85     0 DNxy(3,7) DNxy(2,7) 0 DNxy(3,8) DNxy(2,8)];
86     k = k + (B')*C*B*det(J)*ww(1,i)*ww(1,j)*ww(1,ks);
87     f = f + (B')*C*diag([1 1 1 1 1 1])*det(J)*ww(1,i)*ww(1,j)*ww(1,ks);
88     end
89     end
90     end
91     end

```

Também é necessária a criação de uma matriz de conectividade dos elementos que indica as incidências nodais de cada elemento finito. Esta matriz é produzida através do Código 5. A matriz de conectividade é montada de forma que a imagem esteja inserida em um meio periódico, ou seja, os nós das bordas opostas da imagem possuem a mesma numeração. A matriz espacial **mConnectP** contém os nós que conectam cada elemento de cada fatia da imagem 3D. A numeração dos nós de cada fatia que contém as faces dos elementos é feita de acordo com a Figura 16.

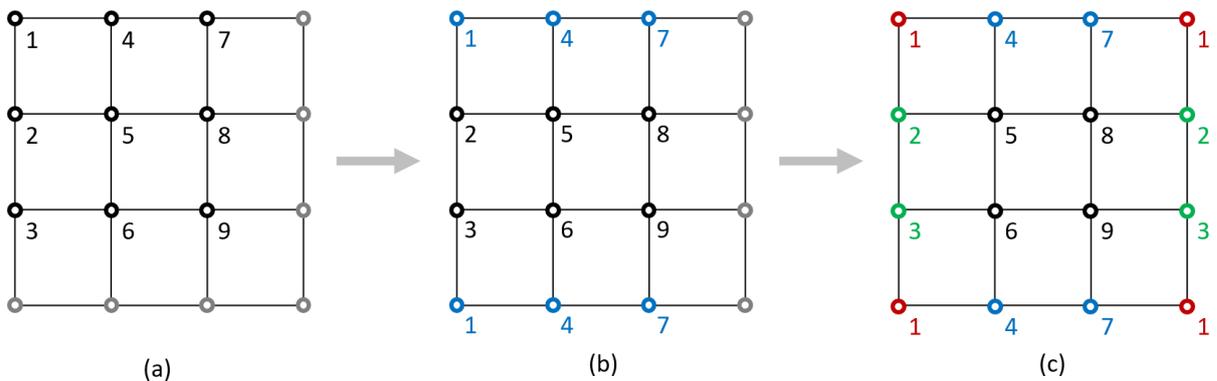


Figura 16: Numeração dos nós de cada fatia da imagem 3D: (a) numeração dos nós únicos; (b) Atribuição dos nós da borda inferior a mesma numeração da bora superior da fatia; (c) Atribuição da numeração da borda esquerda na borda direita.

Entretanto, para o caso tridimensional, as faces da primeira fatia e da última fatia também precisa receber igual numeração, indicando que o material também seja considerado periódico na direção z. Esta etapa é realizada através da linha 109.

Código 5: Implementação de condições de contorno periódicas.

```

92 %% Condições de contorno periódicas (P)
93 aux=1;
94 for slice=1:nelz
95 nnP = nelx*nely; %Número de nós únicos por imagem
96 mIdNosP = reshape(aux:(aux+nnP-1), nelx, nely); %Nós não repetidos
97 mIdNosP(end+1, :) = mIdNosP(1, :); %Inclusão dos nós da borda inferior
98 mIdNosP(:, end+1) = mIdNosP(:, 1); %Inclusão dos nós da borda direita
99 mConectP0 = zeros(nel, 8); %Nós que conectam cada elemento
100 mConectP0 = [reshape(mIdNosP(2:end, 1:end-1), nel, 1) ...
101              reshape(mIdNosP(2:end, 2:end), nel, 1) ...
102              reshape(mIdNosP(1:end-1, 2:end), nel, 1) ...
103              reshape(mIdNosP(1:end-1, 1:end-1), nel, 1)];
104 mConectP1(1:nnP, :, slice)=mConectP0;
106 aux=aux+(nelx)*(nely);
107 end
108 ngdlsPBC = 3*nelx*nely*nelz;
109 mConectP1(:, :, nelz+1)=mConectP1(:, :, 1);
110 for slice=1:nelz
111 mConectP(nel*(slice-1)+1:nel*slice, :)= [mConectP1(:, :, slice) ...
112 mConectP1(:, :, slice+1)];
113 end

```

A montagem da matriz de rigidez do material é realizada de forma que a contribuição dos graus de liberdade de cada elemento seja alocada nos graus de liberdade correspondentes da malha da imagem. Tal processo é realizado através do Código 6. O mapeamento dos graus de liberdade dos elementos é feito por meio de um vetor que indica os índices da matriz de coeficientes onde serão alocados os termos da matriz K para cada elemento. Note que a linha 116 do Código 6 utiliza a função “find” para obter os elementos da imagem que possuem valores diferentes de zero. Nesta etapa serão utilizados somente os elementos sólidos para a montagem da matriz de rigidez. A montagem da matriz de rigidez da imagem, que é uma matriz esparsa, faz o uso de *triplets*, uma forma otimizada do MatLab de realizar a montagem do sistema de equações que reduz o tempo de processamento por tirar vantagem de técnicas de criação de matrizes esparsas.

Código 6: Montagem do sistema de equações.

```

114 %% Montagem do sistema de equações
115 disp('--- ASSEMBLY ---');
116 velS = find(z); %Vetor com elementos somente da região do sólido
117 nelS = size(velS, 1);
118 mgdls = [mConectP(velS, 1)'*3-2; mConectP(velS, 1)'*3-1;
119          mConectP(velS, 1)'*3; mConectP(velS, 2)'*3-2;

```

```

120     mConectP(velS,2) '*3-1; mConectP(velS,2) '*3;
121     mConectP(velS,3) '*3-2; mConectP(velS,3) '*3-1;
122     mConectP(velS,3) '*3;     mConectP(velS,4) '*3-2;
123     mConectP(velS,4) '*3-1; mConectP(velS,4) '*3;
124     mConectP(velS,5) '*3-2; mConectP(velS,5) '*3-1;
125     mConectP(velS,5) '*3;     mConectP(velS,6) '*3-2;
126     mConectP(velS,6) '*3-1; mConectP(velS,6) '*3;
127     mConectP(velS,7) '*3-2; mConectP(velS,7) '*3-1;
128     mConectP(velS,7) '*3;     mConectP(velS,8) '*3-2;
129     mConectP(velS,8) '*3-1; mConectP(velS,8) '*3];
130 iK = repelem(reshape(mgdls(1:24,1:end), nelS*24,1), 24,1);
131 jK = reshape(repmat(mgdls(1:24,1:end), 24,1), nelS*576,1);
132 sK=k(:,z(velS)');
133 K = sparse(iK,jK,sK,ngdlsPBC,ngdlsPBC);
134 clear iK jK sK
135 iF = repmat(reshape(mgdls,24*nelS,1),6,1);
136 jF = [ones(nelS*24,1);2*ones(nelS*24,1);3*ones(nelS*24,1);
137       4*ones(nelS*24,1);5*ones(nelS*24,1);6*ones(nelS*24,1)];
138 sF1 = reshape(fe(:,1,z(velS)'), nelS*24,1);
139 sF2 = reshape(fe(:,2,z(velS)'), nelS*24,1);
140 sF3 = reshape(fe(:,3,z(velS)'), nelS*24,1);
141 sF4 = reshape(fe(:,4,z(velS)'), nelS*24,1);
142 sF5 = reshape(fe(:,5,z(velS)'), nelS*24,1);
143 sF6 = reshape(fe(:,6,z(velS)'), nelS*24,1);
144 sF = [sF1; sF2; sF3; sF4; sF5; sF6];
145 F = sparse(iF, jF, sF, ngdlsPBC, 6);
146 clear iF jF sF mgdls

```

No programa proposto, o sistema de equações lineares é resolvido de forma direta através da linha 150 do Código 7. Note que os graus de liberdade 1, 2 e 3 são retirados do sistema de equações. A retirada dos graus de liberdade do nó 1 é necessária para retirar o movimento de corpo rígido do modelo a ser resolvido, eliminando a singularidade da matriz de rigidez, tornando possível a resolução do sistema de equações.

Código 7: Resolução do sistema de equações.

```

147 %% Resolução do sistema de equações
148 X = zeros(ngdlsPBC,6);
149 %disp('--- SOLVE ---');
150 X(4:ngdlsPBC,:) = K(4:ngdlsPBC,4:ngdlsPBC)\F(4:ngdlsPBC,:);

```

Para cada uma das 6 deformações unitárias aplicadas no modelo (caso 1, 2, 3, 4, 5 e 6), as tensões geradas são equivalentes à uma coluna da matriz constitutiva do material. Os deslocamentos nodais calculados na linha 150 são utilizados para o cálculo das tensões de cada elemento. O Código 8 realiza o pós-processamento calculando as tensões de cada elemento em cada um dos 6 casos, utilizando a função “stress” na linha 170, e montando a matriz constitutiva homogeneizada do material que é exibida para o usuário através das linhas 177 e 178.

Código 8: Pós-processamento – cálculo da matriz de rigidez homogeneizada.

```

151 %% Homogeneização
152 CH=zeros(6);
153 epsilon=zeros(6,6);

```

```

154 epsilon=diag([1 1 1 1 1 1]);
155 sigmaT=zeros(6,6);
156 for caso=1:6
157 for e=1:nels
158     d=zeros(24,1);
159 GDLMap=[mConectP(e,1) '*3-2;mConectP(e,1) '*3-1;mConectP(e,1) '*3;
160         mConectP(e,2) '*3-2;mConectP(e,2) '*3-1;mConectP(e,2) '*3;
161         mConectP(e,3) '*3-2;mConectP(e,3) '*3-1;mConectP(e,3) '*3;
162         mConectP(e,4) '*3-2;mConectP(e,4) '*3-1;mConectP(e,4) '*3;
163         mConectP(e,5) '*3-2;mConectP(e,5) '*3-1; ConectP(e,5) '*3;
164         mConectP(e,6) '*3-2;mConectP(e,6) '*3-1; ConectP(e,6) '*3;
165         mConectP(e,7) '*3-2;mConectP(e,7) '*3-1; ConectP(e,7) '*3;
166         mConectP(e,8) '*3-2;mConectP(e,8) '*3-1;mConectP(e,8) '*3];
167 for i=1:24
168     d(i) = X(GDLMap(i),caso);
169 end
170 sigma=stress(dx, dy, dz, prop(z(e,:),), epsilon(:,caso), d);
171 sigmaT(:,caso) = sigmaT(:,caso) + sigma;
172 end
173 sigmaT(:,caso) = sigmaT(:,caso);
174 end
175 Volume=lx*ly*lz;
176 CH=sigmaT/Volume;
177 disp('CH Matrix')
178 disp(CH)
179 end

```

O cálculo das tensões realizado pela função stress, presente na linha 170, é realizado através do Código 9.

Código 9: Função que calcula as tensões de cada elemento.

```

180 %% Cálculo das Tensões
181 function [sigma] = stress(dx, dy, dz, propElem, epsElem, d)
182     coordsElem = [0 0 0; dx 0 0; dx dy 0; 0 dy 0; 0 0 dz; dx 0 dz; dx
183 dy dz; 0 dy dz];
184     rr = [-1/sqrt(3) 1/sqrt(3)];
185     ss = rr;
186     tt = rr;
187     ww = [1 1];
188     sigma = zeros(6,1);
189     E=propElem(1,1);
190     nu=propElem(1,2);
191     C = E/((1+nu)*(1-2*nu));
192     C = C* [1-nu nu nu 0 0 0;
193           nu 1-nu nu 0 0 0;
194           nu nu u-nu 0 0 0;
195           0 0 0 (1-2*nu)/2 0 0;
196           0 0 0 0 (1-2*nu)/2 0;
197           0 0 0 0 0 (1-2*nu)/2];
198     for i = 1:2
199         r = rr(1,i);
200         for j = 1:2
201             s = ss(1,j);
202             for ks = 1:2
203                 t = tt(1,ks);
204                 dN1dr = -1/8*(1-s)*(1-t); dN1ds = -1/8*(1-r)*(1-t);
205                 dN1dt = -1/8*(1-r)*(1-s); dN2dr = +1/8*(1-s)*(1-t);
206                 dN2ds = -1/8*(1+r)*(1-t); dN2dt = -1/8*(1+r)*(1-s);
207                 dN3dr = +1/8*(1+s)*(1-t); dN3ds = +1/8*(1+r)*(1-t);

```

```

208         dN3dt = -1/8*(1+r)*(1+s); dN4dr = -1/8*(1+s)*(1-t);
209         dN4ds = +1/8*(1-r)*(1-t); dN4dt = -1/8*(1-r)*(1+s);
210         dN5dr = -1/8*(1-s)*(1+t); dN5ds = -1/8*(1-r)*(1+t);
211         dN5dt = +1/8*(1-r)*(1-s); dN6dr = +1/8*(1-s)*(1+t);
212         dN6ds = -1/8*(1+r)*(1+t); dN6dt = +1/8*(1+r)*(1-s);
213         dN7dr = +1/8*(1+s)*(1+t); dN7ds = +1/8*(1+r)*(1+t);
214         dN7dt = +1/8*(1+r)*(1+s); dN8dr = -1/8*(1+s)*(1+t);
215         dN8ds = +1/8*(1-r)*(1+t); dN8dt = +1/8*(1-r)*(1+s);
216         DN = [dN1dr dN2dr dN3dr dN4dr dN5dr dN6dr dN7dr dN8dr;
217              dN1ds dN2ds dN3ds dN4ds dN5ds dN6ds dN7ds dN8ds;
218              dN1dt dN2dt dN3dt dN4dt dN5dt dN6dt dN7dt dN8dt];
219         J = DN*coordsElem;
220         invJ = inv(J);
221         DNxy = invJ*DN;
222         B = [DNxy(1,1) 0 0 DNxy(1,2) 0 0 DNxy(1,3) 0 0 ...
223             DNxy(1,4) 0 0 DNxy(1,5) 0 0 DNxy(1,6) 0 0 ...
224             DNxy(1,7) 0 0 DNxy(1,8) 0 0;
225             0 DNxy(2,1) 0 0 DNxy(2,2) 0 0 DNxy(2,3) 0 ...
226             0 DNxy(2,4) 0 0 DNxy(2,5) 0 0 DNxy(2,6) 0 ...
227             0 DNxy(2,7) 0 0 DNxy(2,8) 0;
228             0 0 DNxy(3,1) 0 0 DNxy(3,2) 0 0 DNxy(3,3) ...
229             0 0 DNxy(3,4) 0 0 DNxy(3,5) 0 0 DNxy(3,6) ...
230             0 0 DNxy(3,7) 0 0 DNxy(3,8)];
231         DNxy(2,1) DNxy(1,1) 0 DNxy(2,2) DNxy(1,2) 0 ...
232         DNxy(2,3) DNxy(1,3) 0 DNxy(2,4) DNxy(1,4) 0 ...
233         DNxy(2,5) DNxy(1,5) 0 DNxy(2,6) DNxy(1,6) 0 ...
234         DNxy(2,7) DNxy(1,7) 0 DNxy(2,8) DNxy(1,8) 0;
235         DNxy(3,1) 0 DNxy(1,1) DNxy(3,2) 0 DNxy(1,2) ...
236         DNxy(3,3) 0 DNxy(1,3) DNxy(3,4) 0 DNxy(1,4) ...
237         DNxy(3,5) 0 DNxy(1,5) DNxy(3,6) 0 DNxy(1,6) ...
238         DNxy(3,7) 0 DNxy(1,7) DNxy(3,8) 0 DNxy(1,8);
239         0 DNxy(3,1) DNxy(2,1) 0 DNxy(3,2) DNxy(2,2) ...
240         0 DNxy(3,3) DNxy(2,3) 0 DNxy(3,4) DNxy(2,4) ...
241         0 DNxy(3,5) DNxy(2,5) 0 DNxy(3,6) DNxy(2,6) ...
242         0 DNxy(3,7) DNxy(2,7) 0 DNxy(3,8) DNxy(2,8)];
243         Sigma = sigma+(C*epsElem-C*B*d)*det(J)*ww(1,i)*ww(1,j)*ww(1,ks);
244         end
245     end
246 end
247 end

```

3.3.4. HOMOGENEIZAÇÃO EM DUAS ETAPAS

Como explicado nas seções anteriores, solucionar o problema de valor de contorno de um VRE utilizando o MEF se resume a resolver um sistema de equações lineares do tipo $\mathbf{KD} = \mathbf{F}$. A quantidade de equações a serem resolvidas está relacionada com o tamanho dos vetores \mathbf{D} e \mathbf{F} , que por sua vez estão relacionados com a quantidade de elementos da malha e a quantidade de graus de liberdade de cada elemento.

No problema de homogeneização computacional através de imagens de micro-CT é conveniente considerar cada voxel como um elemento finito. Sendo assim, a quantidade de elementos finitos de um VRE será igual à quantidade de voxels que o constitui. Cada nó (vértice do voxel) possui 3 graus de liberdade, que representam as possibilidades de deslocamento nas direções x , y e z . Portanto, uma imagem tridimensional de $1024 \times 1024 \times 1024$ possui 1025^3 nós

e, conseqüentemente, 3×1025^3 graus de liberdade. Logo, resolver um problema de valor de contorno de uma malha de $1024 \times 1024 \times 1024$, significa resolver um sistema de 3×1025^3 equações, e resolver essas equações implica em armazenamento de dados na memória de acesso rápido do computador: a memória RAM.

Em um programa de homogeneização computacional de alta performance, desenvolvido em C++, as informações essenciais a serem armazenadas na memória RAM são: os nós que conectam cada elemento, o número dos graus de liberdade de cada nó, as propriedades de cada material, as parcelas do lado direito da equação linear, e os grupos de elementos para o processo de paralelização do programa. O armazenamento desses dados é feito em vetores e matrizes. Os tipos de variáveis utilizados pelos vetores e matrizes indicam a quantidade de bits necessária para o armazenamento dessas variáveis. A Tabela 3 resume a quantidade de memória necessária para cada variável utilizada no programa para diferentes tamanhos de malha.

Tabela 3: Memória RAM necessária para diferentes tamanhos de malha

	Variável	Tipo	Malha 100 ³	Malha 500 ³
Pré-Processamento	Vetor com as propriedades dos materiais	char	1 MB	0.125 GB
	Matriz com os nós que conectam cada elemento	int	32 MB	4.000 GB
	Vetor do lado direito da equação (KD=F)	double	24 MB	3.000 GB
	Vetor com os grupos de elementos para paralelização	int	4 MB	0.500 GB
Análise	Vetores de análise (gradiente conjugado) (3 vetores)	double	72 MB	9.000 GB
	Vetor de deslocamentos nodais	double	24 MB	3.000 GB
Total			157 MB	19.625 GB
<i>Legenda:</i>	<i>char = 8bits</i>	<i>int = 32bits</i>	<i>double = 64 bits</i>	

A relação entre o tamanho da malha e a memória RAM sugere que o tamanho da malha a ser homogeneizado também é limitado pelos recursos disponíveis no computador. Conseqüentemente, o volume de interesse e o tamanho do voxel devem ser definidos de forma a atender a malha máxima que o computador pode processar.

Diminuir a resolução (aumentar o tamanho do voxel) permite a homogeneização de volumes maiores, porém resulta em perda de capacidade de representar heterogeneidades do material menores que o tamanho do pixel. Entretanto, as propriedades individuais das heterogeneidades microscópicas do material influenciam no comportamento elástico do material como um todo, portanto reduzir o nível de detalhes e desconsiderar essas heterogeneidades significa se afastar do comportamento efetivo verdadeiro do material. Em contrapartida, aumentar a resolução significa reduzir o volume de interesse que a imagem pode

representar. A redução do volume do material pode fazer com que as propriedades obtidas para o volume estudado não sejam representativas para esse material. Tendo conhecimento desses efeitos, a resolução das imagens a serem microtomografadas devem ser determinadas considerando um tamanho de malha que pode ser processado e um volume de interesse que deve ser grande o suficiente para que o volume seja representativo, mas com pixels pequenos o suficiente para que seja possível obter uma boa representação das heterogeneidades presentes na microescala.

A ordem de grandeza da escala onde se apresentam as heterogeneidades e o volume que pode ser considerado representativo variam de material para material. O compósito aqui estudado possui fibras de vidro com diâmetro entre 15 e 25 μm . Portanto, para representar as heterogeneidades do material, deve ser escolhida uma resolução onde os pixels tenham tamanho inferior ao diâmetro da fibra. Para representar o compósito inteiro com a malha de 500 voxels seria necessário utilizar voxels com 13 μm de aresta, em que não seria possível obter uma boa representação das fibras. Por outro lado, representar o compósito inteiro com todas as suas heterogeneidades considerando um tamanho de voxel de 1 μm , onde se obteria uma boa representação das fibras, exigiria em torno de 7.000 voxels para representar a espessura do perfil e, conseqüentemente, uma quantidade de memória RAM não disponível na maioria dos computadores. A solução aqui proposta para esse problema é utilizar a metodologia de homogeneização em duas etapas.

Na primeira etapa será feita a homogeneização de VRE's de cada camada do material considerando todas as heterogeneidades presentes na microescala. Dessa forma, serão obtidas propriedades efetivas de cada camada que serão atribuídas às respectivas camadas do material. Na segunda etapa, as propriedades efetivas de cada camada serão utilizadas para a homogeneização computacional de um perfil pultrudado de PRFV. A Figura 17 faz uma representação da metodologia de homogeneização em duas etapas.

Essa metodologia permite que sejam utilizadas diferentes resoluções que podem ser escolhidas de acordo com a região de interesse a ser homogeneizada. Dessa forma, pode-se utilizar uma resolução melhor nas camadas de manta e de fibras longas (para melhor representar as fibras de vidro e suas interfaces) enquanto utiliza-se uma resolução pior para representar a espessura do perfil (permitindo a possibilidade de representar volumes maiores). Como conseqüência, essa metodologia causa uma economia no esforço computacional se comparada com a metodologia de homogeneização computacional em uma única etapa.

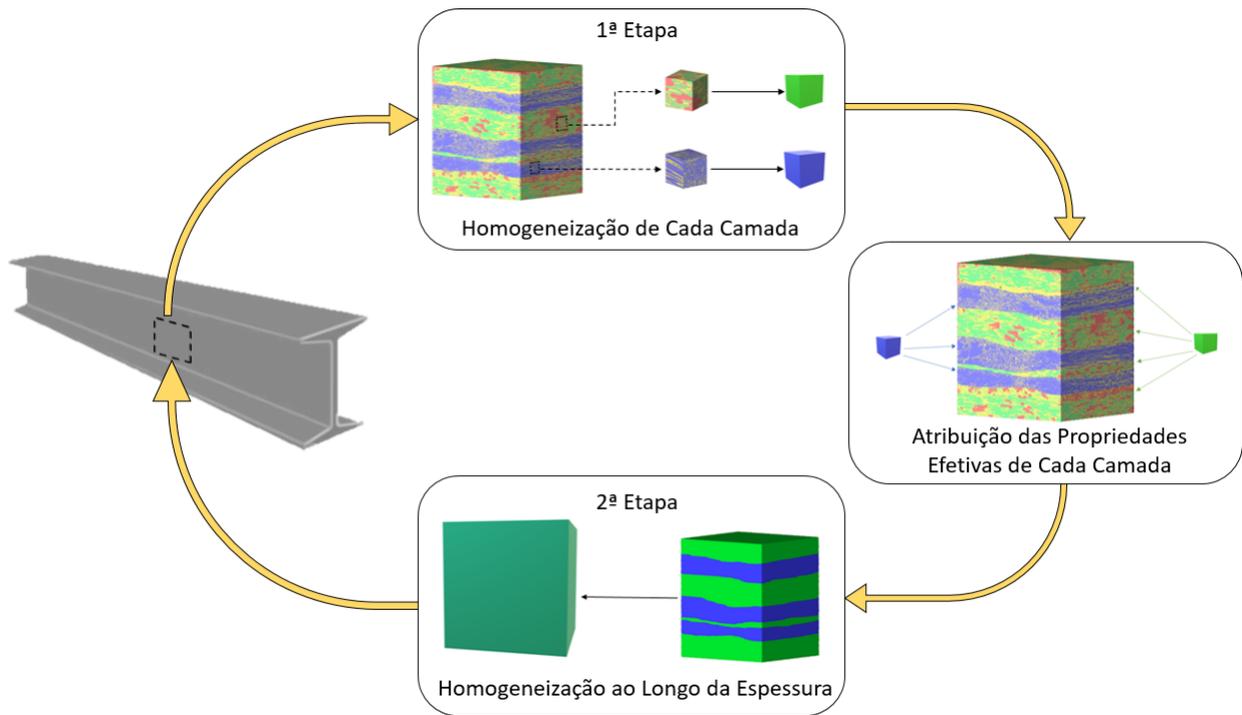


Figura 17: Metodologia de homogeneização em duas etapas.

4. RESULTADOS

4.1. VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA DE DUAS ETAPAS

Para validar a metodologia de homogeneização em duas etapas, uma fatia de um material laminar hipotético inserido em um meio periódico foi analisada com a versão 2D do programa apresentado na seção 2.3.3. O material analisado é constituído de dois tipos de camadas. Cada camada é formada por uma matriz que contém inclusões quadradas, regulares e igualmente espaçadas. Ambas as camadas são constituídas pela mesma matriz, porém com inclusões de propriedades elásticas diferentes. O compósito laminar foi homogeneizado em uma única etapa através da homogeneização de um VRE do compósito considerando todas as heterogeneidades de cada camada, como representado pela Figura 18. Foi considerado o estado plano de deformações em todas as análises realizadas. Cada camada do VRE foi modelada com um total de 20 inclusões. O módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson assumidos para a matriz são, respectivamente, 5 GPa e 0,3. O módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotados para as inclusões da primeira camada (camada azul da Figura 18) são, respectivamente, 0,1 GPa e 0,2. E o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotados para as inclusões da segunda camada (camada laranja da Figura 18) são, respectivamente, 40 GPa e 0,2.

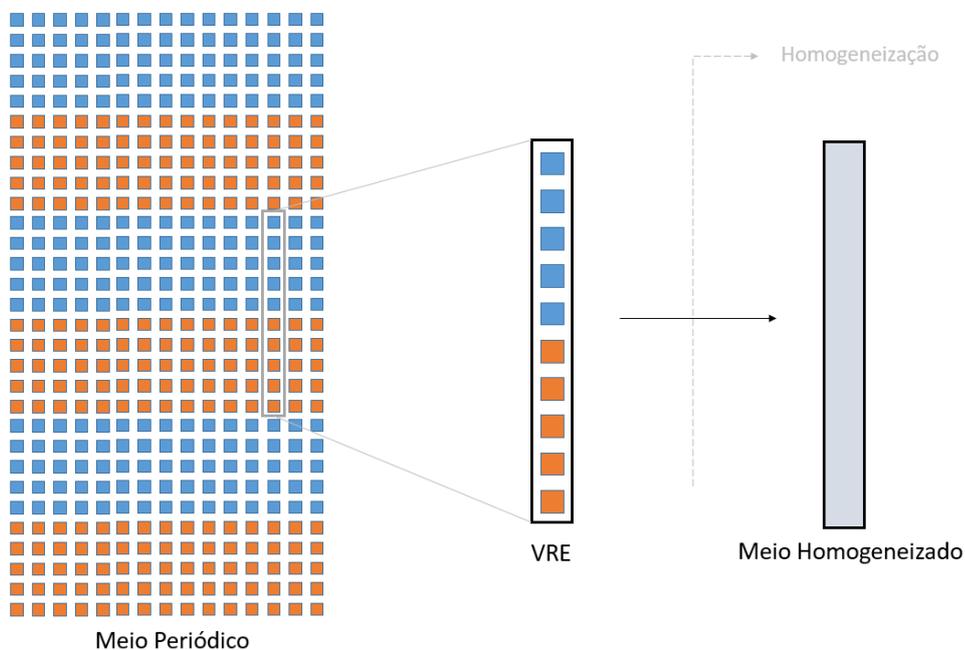


Figura 18: Representação da homogeneização em uma etapa de um VRE de um compósito laminar.

A matriz de rigidez obtida para o compósito homogeneizado através da homogeneização em uma etapa é apresentada na Equação 25.

$$\mathbf{C}_{1\text{ etapa}} = \begin{bmatrix} 7,7141 & 0,7247 & 0 \\ 0,7247 & 3,1911 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3125 \end{bmatrix} \quad (25)$$

A posteriori, o compósito foi homogeneizado em duas etapas: primeiramente, foram homogeneizados um VRE de cada camada, para que depois, o VRE do compósito fosse homogeneizado considerando que cada camada fosse homogênea, como mostra a Figura 19. A matriz de rigidez obtida para o compósito homogeneizado através da homogeneização em duas etapas é apresentada na Equação 26.

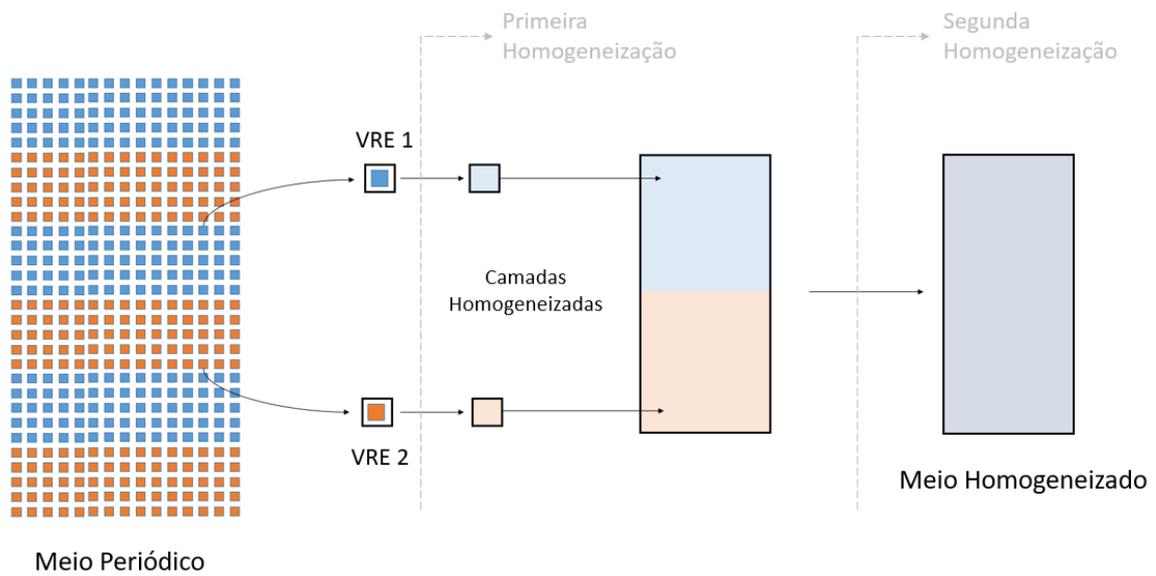


Figura 19: Homogeneização em duas etapas de um compósito laminar.

$$\mathbf{C}_{2\text{ etapas}} = \begin{bmatrix} 7,7117 & 0,7144 & 0 \\ 0,7144 & 3,1948 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3075 \end{bmatrix} \quad (26)$$

As propriedades elásticas do compósito laminar analisado obtidas pela metodologia de duas etapas possui uma diferença máxima de 1,6% (elemento linha 3, coluna 3 da matriz constitutiva) do resultado obtido pela homogeneização de uma etapa. Portanto, é possível dizer que a homogeneização de duas etapas é um processo válido para obter propriedades elásticas efetivas de compósitos formados por camadas.

4.2. PORCENTAGENS VOLUMÉTRICAS DAS FASES DO MATERIAL

Através das segmentações de imagens realizadas para as amostras tomografadas apresentadas na seção 2.2, foi possível obter as porcentagens volumétricas das fases de cada camada e da amostra que contempla a espessura do perfil. Os resultados obtidos para cada segmentação são apresentados nas tabelas das Figuras 20-22.

Fase	Porcentagem Volumétrica
Resina	30,10 %
Fibra	69,10 %
Vazio	0,80 %

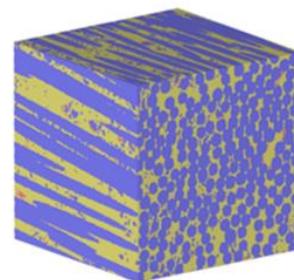


Figura 20: Porcentagens volumétricas da camada de fibras longas.

Fase	Porcentagem Volumétrica
Resina	24,63 %
Manta	39,49 %
Vazio	35,88 %

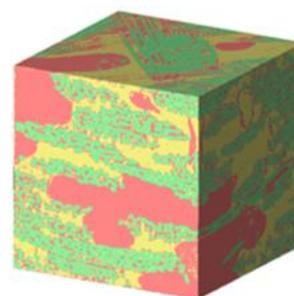


Figura 21: Porcentagens volumétricas das fases da camada de manta.

Camada	Porcentagem Volumétrica
Camada 1	19,60 %
Camada 2	9,84 %
Camada 3	3,92 %
Camada 4	15,71 %
Camada 5	21,77 %
Camada 6	15,21 %
Camada 7	13,95 %

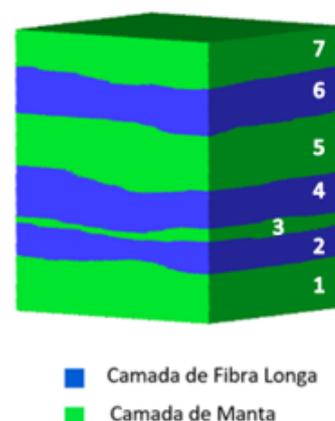


Figura 22: Porcentagem de cada camada na amostra analisada.

A partir da segmentação apresentada na Figura 12(c), foi possível determinar as porcentagens volumétricas dos constituintes de cada camada do material. Os resultados obtidos

são encontrados na Tabela 4. O Gráfico da Figura 23 mostra a composição da amostra microtomografada.

Tabela 4: Porcentagem volumétrica das fases presentes em cada camada da amostra do perfil.

Camada	Fase	% em relação ao Total	% em relação à Camada
Camada 1	Resina	8,37%	42,72%
	Manta	8,71%	44,45%
	Vazio	2,51%	12,83%
Camada 2	Resina	1,64%	16,64%
	Fibra Longa	8,17%	82,99%
	Vazio	0,03%	0,34%
Camada 3	Resina	1,86%	47,59%
	Manta	1,96%	49,91%
	Vazio	0,10%	2,49%
Camada 4	Resina	4,07%	25,89%
	Fibra Longa	11,59%	73,78%
	Vazio	0,04%	0,28%
Camada 5	Resina	8,30%	38,11%
	Manta	10,92%	50,18%
	Vazio	2,53%	11,64%
Camada 6	Resina	4,46%	29,30%
	Fibra Longa	10,73%	70,56%
	Vazio	0,01%	0,07%
Camada 7	Resina	6,83%	48,95%
	Manta	6,81%	48,84%
	Vazio	0,30%	2,16%

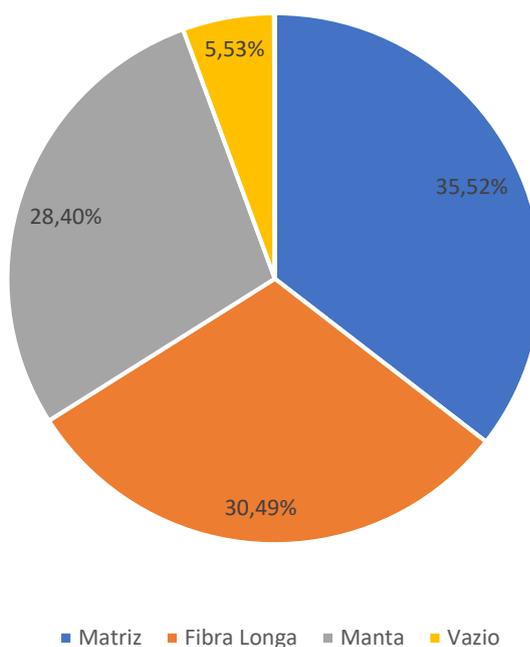


Figura 23: Composição da amostra do perfil.

4.3. PROPRIEDADES ELÁSTICAS OBTIDAS

Esta seção apresenta as propriedades elásticas obtidas da amostra do PRFV e das camadas que o constituem. Os módulos de elasticidade do perfil obtidos por meio da homogeneização em duas etapas são comparados com os resultados obtidos através de outras estratégias, como a homogeneização em 1 etapa com resolução reduzida, a regra da mistura para materiais compostos laminares e resultados experimentais. As propriedades elásticas a serem discutidas serão apresentadas segundo a orientação descrita na Figura 24.

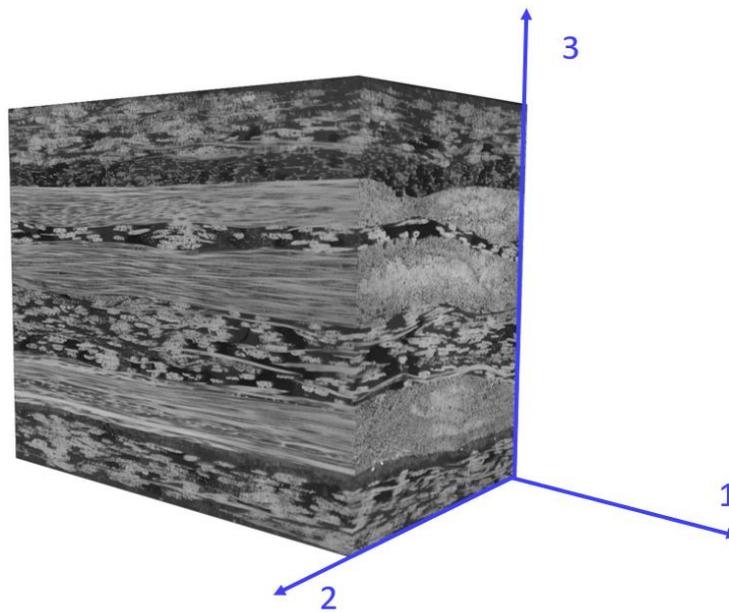
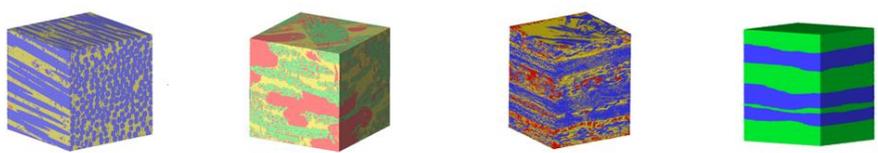


Figura 24: Orientação dos eixos: (1) Direção Longitudinal; (2) Direção Transversal; (3) Direção da Espessura do perfil.

Para simplificação, os módulos de elasticidade longitudinais, transversais e ao longo da espessura do perfil serão chamados, respectivamente, como E_{Long} , E_{Transv} e E_{Esp} . A Figura 25 apresenta os módulos de elasticidade obtidos nas 3 direções das diversas amostras homogeneizadas.



	Camada de Fibra	Camada de Manta	Perfil em 1 Etapa	Perfil em 2 Etapas
E_{Long} (GPa)	47,61	11,64	36,90	26,05
E_{Transv} (GPa)	20,86	12,31	29,73	15,60
E_{Esp} (GPa)	27,46	6,50	12,64	9,72

Figura 25: Módulos de elasticidade obtidos através do processo de homogeneização dos diferentes modelos.

Os módulos de elasticidade da camada de fibras longas e da camada de manta foram obtidos através da análise de diversos volumes de interesse (conforme metodologia apresentada na Figura 14) a fim de se obter o VRE de cada camada. Da camada de manta, foram retirados subvolumes de 100^3 , 200^3 , 300^3 , 400^3 e 500^3 voxels. Os resultados das homogeneizações dos subvolumes da camada de manta podem ser observados na Figura 26.

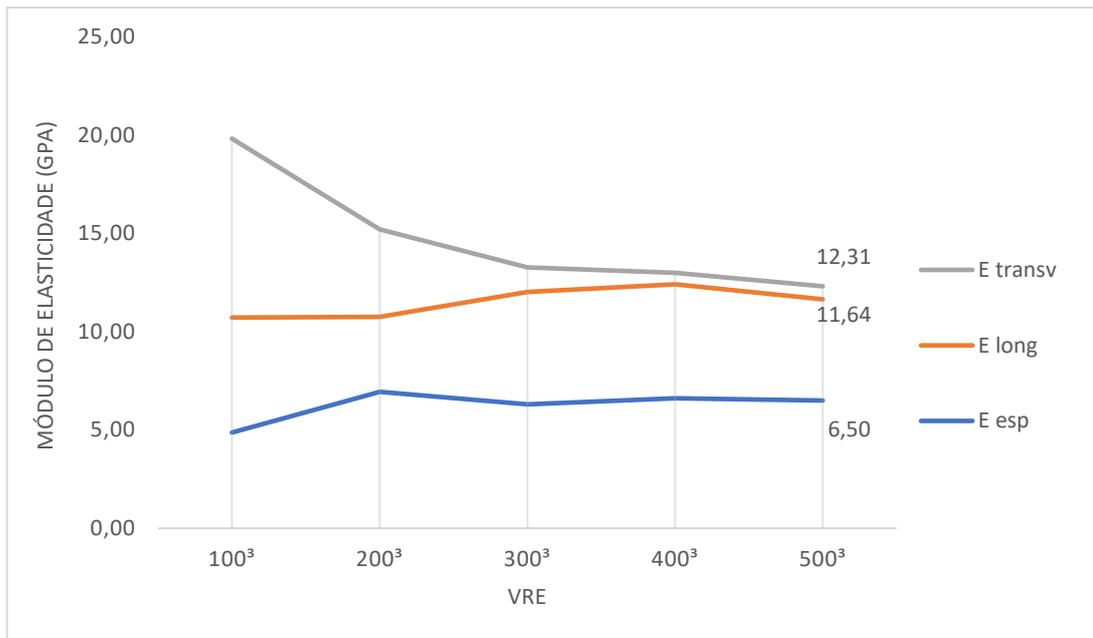


Figura 26: Obtenção do VRE da camada de manta.

É possível perceber que o módulo de elasticidade ao longo da espessura possui valor menor que o módulo de elasticidade das duas outras direções. Este resultado condiz com que se espera da camada de manta, uma vez que as fibras se encontram paralelas ao plano normal à espessura do perfil. Também era esperado que os módulos de elasticidade nas direções longitudinal e transversal possuíssem valores similares, já que as fibras estão distribuídas aleatoriamente no plano formado por essas duas direções, contribuindo para o aumento de rigidez tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal.

Da camada de fibras longas, foram retirados subvolumes de 100^3 , 200^3 , 300^3 , 400^3 voxels. Os resultados das homogeneizações dos subvolumes da camada de fibras longas podem ser observados na Figura 27.

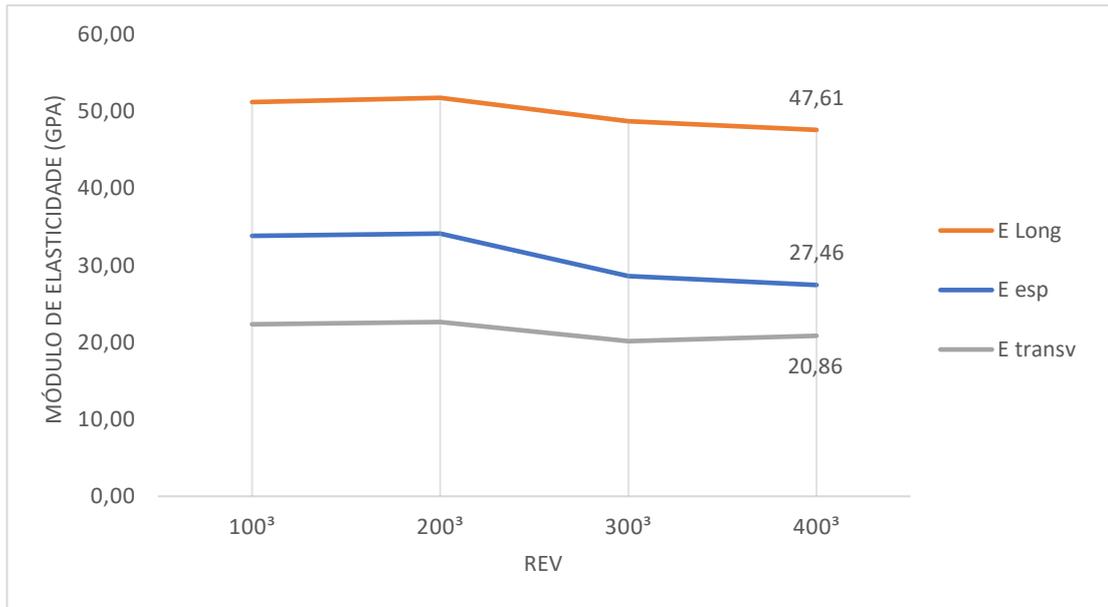


Figura 27: Homogeneização dos subvolumes da camada de fibras longas.

O módulo de elasticidade longitudinal da camada de fibras longas apresenta uma diferença de 6,3% (volume de 400³ pixels) do valor estimado pela regra da mistura para compósitos reforçados com fibras unidirecionais, como apresentado na Tabela 5. Era esperado que os valores ao longo da espessura e transversal fossem mais próximos. Porém, vale lembrar que a regra da mistura provém da hipótese de que o material é formado por fibras unidirecionais circulares regulares e igualmente espaçadas. É possível que em uma das direções as fibras estivessem mais próximas uma das outras, o que fez com que, na resolução utilizada (1 micrometro), elas possam ter sido modeladas como um único material devido à segmentação não ter sido capaz de considerar resina entre uma fibra e outra, como mostra a Figura 28.

Tabela 5: Comparação entre os módulos de elasticidade obtidos através da homogeneização computacional e da regra da mistura (E' representa o módulo de elasticidade obtido a partir da regra da mistura).

	100 ³	200 ³	300 ³	400 ³
% Matriz	24,09%	24,20%	27,77%	30,09%
% Fibra	74,51%	74,47%	70,60%	69,10%
% Vazio	1,40%	1,33%	1,63%	0,80%
E Long (GPa)	51,24	51,78	48,73	47,61
E' Long (GPa)	54,49	54,47	51,80	50,81
E Transv (GPa)	33,84	34,14	28,60	27,46
E' Transv (GPa)	12,63	12,58	11,22	10,46

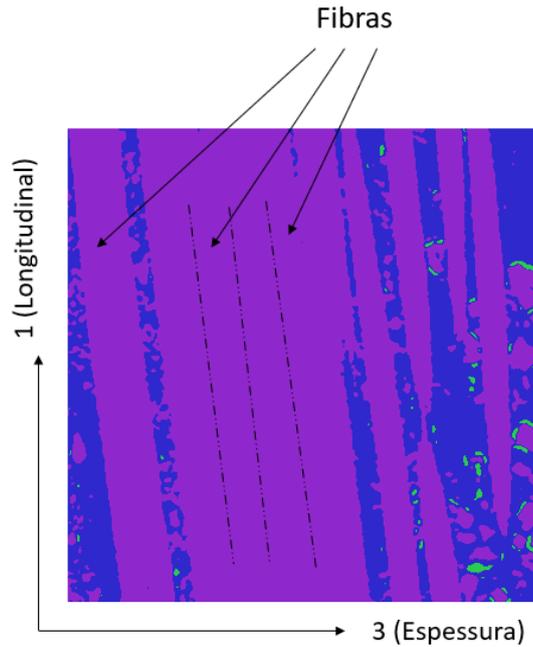


Figura 28: Fibras modeladas como um único material numa fatia homogeneizada da camada de fibras longas.

As propriedades elásticas obtidas do maior volume representativo homogeneizado das camadas de manta (500^3 voxels) e de fibra longa (400^3 voxels) foram utilizadas para obter as constantes elásticas do perfil de PRFV no processo de homogeneização em duas etapas. É importante ressaltar que a segunda etapa da homogeneização do compósito considerou a anisotropia de cada camada.

A homogeneização do perfil em uma única etapa exigiu o uso de uma resolução “piorada” (devido à limitação de memória RAM explicada na Seção 2.3.4). O modelo da espessura do perfil com resolução piorada possui voxels com dimensões de 16,5 micrometros, ou seja, voxels da ordem de grandeza da espessura das fibras de vidro. Além disso, como o compósito costuma apresentar distância entre fibras menor que o diâmetro da mesma, é esperado que os valores dos módulos de elasticidade da homogeneização em uma única etapa sejam superestimados, uma vez que a resina entre as fibras seja modelada como fibra nessa resolução.

Por outro lado, a homogeneização em duas etapas pôde contemplar as características de escalas menores através do uso de resoluções mais altas para cada camada. Portanto, era esperado que os módulos de elasticidade obtidos pela homogeneização em duas etapas fossem mais baixos se comparados com os resultados da homogeneização em uma única etapa com resolução reduzida.

Os módulos de elasticidade do perfil obtidos via homogeneização de 1 e 2 etapas foram comparados com o resultado experimental e com a regra da mistura para compósitos laminares apresentado no trabalho de Liu et al. (2018), que se resume na equação:

$$E_{Long} = E_{fibra} V_{fibra,cf} + E_{manta} V_{fibra,cm} + E_{resina} V_{resina} \quad (27)$$

em que, E_{fibra} , E_{manta} e E_{resina} representam os módulos de elasticidade da fibra, da manta e da resina, respectivamente. $V_{fibra,cf}$ e $V_{fibra,cm}$ representam, respectivamente, a porcentagem volumétrica de fibras que constitui a camada de fibras e a porcentagem volumétrica de fibras que constitui a camada de manta. V_{resina} representa a porcentagem volumétrica de resina em relação ao volume total do compósito. De acordo com Liu et al., o módulo de elasticidade da manta é aproximado como sendo 37,5% do módulo de elasticidade das fibras que a constitui (Krenchel 1964).

A Equação 27 descreve que a regra da mistura tradicional para compósitos laminares se resume a uma média ponderada de 3 elementos que podem ser vistos como 3 fases distintas: 1. Fibras da camada de fibras longas; 2. Fibras que constituem a camada de manta; 3. Resina. Isso significa que a regra da mistura dada pela Equação 27 não leva em consideração o módulo de elasticidade da camada de manta e da camada de fibras longas, apenas as fibras que as constituem. Entretanto, em um material tão heterogêneo quanto o PRFV, os defeitos no material (como os vazios e as regiões com maior quantidade de resina do que fibra) são desconsiderados nessa regra da mistura, o que pode levar a uma estimativa superestimada das propriedades elásticas do material. Como esse trabalho foi capaz de determinar as constantes elásticas de cada uma das camadas do material, será utilizada uma expressão como forma de estimar as propriedades elásticas do perfil de PRFV. Tal expressão, dada pela Equação 28 é obtida pela média das propriedades elásticas das camadas de manta e de fibras longas ponderadas por suas respectivas frações volumétricas, assim como a regra da mistura tradicional.

$$E_{Long} = E_{cf} V_{cf} + E_{cm} V_{cm} \quad (28)$$

Na Equação 28, E_{cf} e V_{cf} representam o módulo de elasticidade e a porcentagem volumétrica da camada de fibras longas e E_{cm} e V_{cm} representam o módulo de elasticidade e a porcentagem volumétrica da camada de manta. A Tabela 6 apresenta a comparação dos resultados obtidos através das diversas metodologias citadas.

Tabela 6: Comparação entre o módulo de elasticidade longitudinal do perfil dado por diferentes metodologias.

	Resultado Experimental	Homogeneização em 1 Etapa	Homogeneização em 2 Etapas	Regra da Mistura	Expressão Proposta Equação (28)
E Long (GPa)	18 a 20	36,90	26,05	30,86	26,30

Por não terem sido realizados ensaios experimentais para obtenção do módulo de elasticidade transversal de amostras do perfil analisado, a comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais em outras direções além da longitudinal será feita através de resultados obtidos por outros autores da literatura. A Tabela 7 apresenta os resultados disponíveis na literatura para as propriedades elásticas de perfis de PRFV.

Tabela 7: Comparação entre as propriedades elásticas de perfis de PRFV encontradas na literatura com os resultados obtidos neste trabalho.

Fonte: Adaptado de Cardoso (2015)

Fonte	Origem da Amostra	E _{Long} (GPa)	E _{Transv} (GPa)	G (GPa)	V _f	N _{cf}
SONTI e BARBERO (1996)	Mesa	20,2	11,4	3,6	0,3	-
	Alma	18,1	10,9	4,2	0,3	-
ZUREICK e SCOTT (1997)	Tubos	27	-	4,7	0,45	-
HAI-ALI et al. (2001)	-	18,2	10,1	4,5	0,34	-
KANG (2002)	-	23,8	-	2,7	0,35	3
GOSLING e SARIBIYIK (2003)	-	27,3	10,1	-	0,45	-
TURVEY e ZHANG (2006)	Mesa	20,7	-	3,7	0,3	-
	Alma	22,2	-	3,8	0,3	-
CORREIA et al. (2011)	-	32,8	7,4	-	0,55	3
Cardoso (2014)	Tubos	31,1	13,5	2,7	0,49	3
	Alma	25,7	-	-	0,43	2
Vieira (2015)	Perfil C	20,27	-	-	0,65	3
Este trabalho	Perfil C (1 Etapa)	36,9	29,72	7,39	0,66	3
	Perfil C (2 Etapas)	26,05	15,59	5,05	0,66	3

Legenda: V_f=Fração volumétrica de fibras; N_{cf}=Número de camadas de fibras longas; “-” = não há informação.

É possível perceber que os resultados obtidos neste trabalho possuem a mesma ordem de grandeza dos resultados encontrados na literatura. Entretanto, a comparação entre os resultados de diferentes trabalhos pode não ser justa, já que se trata de um material extremamente heterogêneo e as amostras utilizadas pelos autores são diferentes. Os resultados obtidos por cada pesquisador podem ser relativos à perfis com diferentes arquiteturas (quantidade de camadas de fibras e mantas, espessura das camadas, etc.) e provenientes de diferentes fabricantes. Dessa forma, as amostras utilizadas por cada pesquisador podem não ser representativas para os perfis de outros pesquisadores.

Embora não faça parte da caracterização de rotina de amostras de PRFV devido à dificuldade de execução do ensaio experimental, a determinação do módulo de elasticidade ao longo da espessura do perfil costuma ser estimada pelo módulo de elasticidade transversal do perfil. Entretanto, as modelagens tanto de uma etapa quanto de duas etapas resultaram em um

módulo de elasticidade ao longo da espessura do perfil significativamente menor do que o módulo de elasticidade na direção transversal do perfil.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma metodologia de obtenção de propriedades elásticas em todas as direções de amostras de perfis pultrudados de PRFV utilizando simulação computacional. As simulações foram realizadas em amostras modeladas virtualmente através de micro-CT. Através do processamento e segmentação de imagens, as porcentagens volumétricas das fases presentes em cada camada foram determinadas. A obtenção de constantes elásticas foi realizada utilizando técnicas de homogeneização em uma e duas etapas. Foram determinadas as propriedades elásticas de cada camada do perfil de PRFV e da amostra que contemplava toda a espessura de um perfil C de PRFV.

O uso da metodologia de duas etapas permitiu o uso de resoluções diferentes em cada camada, possibilitando levar em consideração as características de escalas reduzidas em cada camada do perfil. Essa estratégia também possibilitou utilizar menor esforço computacional para resolução do problema, sendo possível a realização das análises em computadores pessoais com 32GB de memória RAM. Os parâmetros elásticos obtidos pela metodologia de homogeneização em duas etapas foram comparados com resultados experimentais realizados em amostras diferentes provenientes do mesmo perfil, com a regra da mistura para compósitos laminares e com a metodologia de homogeneização em uma única etapa.

Os parâmetros elásticos obtidos através da homogeneização de duas etapas possuem valores mais próximos dos valores experimentais do que as outras abordagens utilizadas para definir as constantes elásticas do material. Entretanto, o resultado da homogeneização computacional ainda apresenta valores superestimados se comparados aos valores experimentais. Contudo, a escolha da amostra a ser homogeneizada pode não ser representativa para o perfil de PRFV. Para obter conclusões mais definitivas sobre a metodologia de homogeneização em duas etapas recomendam-se outros estudos como por exemplo: análise estatística do módulo de elasticidade de diversas amostras provenientes de um mesmo perfil; comparação de valores numéricos obtidos via homogeneização de duas etapas com ensaios experimentais realizados numa mesma amostra; comparação da homogeneização computacional de duas etapas com a homogeneização de uma única etapa utilizando a mesma resolução.

A comparação dos resultados obtidos numericamente com resultados experimentais é essencial para a validação da metodologia de homogeneização como forma de caracterizar materiais compósitos através de simulações computacionais. Entretanto, tal comparação deve ser realizada em corpos de prova que sejam submetidos tanto ao ensaio experimental quanto à simulação numérica. A metodologia apresentada também deve ser utilizada em uma quantidade

maior de corpos de prova para que, através de estudos estatísticos de diversas amostras, possa ser feito um protocolo para caracterização do material através de homogeneização computacional.

Entretanto, dentro do contexto de homogeneização apresentado, concluiu-se que a homogeneização em duas etapas apresenta um resultado, de fato, mais próximo dos valores experimentais do que a homogeneização em uma única etapa com resolução reduzida. Isso significa que, devido à limitação de recurso computacional (e.g. disponibilidade de memória RAM), a homogeneização em duas etapas se mostra uma opção realmente melhor do que a redução da resolução para realizar a homogeneização em uma etapa.

REFERÊNCIAS

- ANDREASSEN, Erik, e Andreassen Casper Schousboe. *How to Determine Composite Material Properties Using Numerical Homogenization*. Computational Materials Science 83 (fevereiro de 2014): 488–95. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.09.006>.
- ARGANDA-CARRERAS, I.; Kaynig, V. e Rueden, C. et al. *Trainable Weka Segmentation: a machine learning tool for microscopy pixel classification*. Bioinformatics (Oxford Univ Press) 33 (15) (2017), PMID 28369169. doi:10.1093/bioinformatics/btx180.
- BETANCUR, Adrián, Carla Anflor, André Pereira, e Ricardo Leiderman. *Determination of the Effective Elastic Modulus for Nodular Cast Iron Using the Boundary Element Method*. Metals 8, no 8 (15 de agosto de 2018): 641. <https://doi.org/10.3390/met8080641>.
- BURLA, Ravi K., Ashok V. Kumar, e Bhavani V. Sankar. *Implicit Boundary Method for Determination of Effective Properties of Composite Microstructures*. International Journal of Solids and Structures 46, no 11–12 (junho de 2009): 2514–26. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.02.003>.
- CARDOSO, Daniel C.T. *Compressive Strength of Pultruded Glass-Fiber Reinforced*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). COPPE, Universidade Federal Fluminense, 2014.
- CARDOSO, Daniel C.T., e Janine D. Vieira. *Comprehensive Local Buckling Equations for FRP I-Sections in Pure Bending or Compression*. Composite Structures 182 (dezembro de 2017): 301–10. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.09.027>.
- CHEN, Yu, e Chaoyang Wang. *Test on Pultruded GFRP I-Section under Web Crippling*. Composites Part B: Engineering, vol. 77 (agosto de 2015): 27–37. doi:10.1016/j.compositesb.2015.03.026.
- CORREIA, J. R., Franco, F. A., Silva, N. M. F., Camotim, D., Silvestre, N. *First order, buckling and post-buckling behavior of GFRP pultruded beams, part 1: experimental study*. Comput Struct, 89 (21) (2011): 2052–64.
- CORREIA, Manuel Mendes. *Structural Behavior of Pultruded PRFV Profiles*. 2012, 14.
- DIMITRIENKO, Y. I., e A. P. Sokolov. *Elastic Properties of Composite Materials*. Mathematical Models and Computer Simulations 2, no 1 (fevereiro de 2010): 116–30. <https://doi.org/10.1134/S2070048210010126>.
- GARCEA, S.C., Y. Wang, e P.J. Withers. *X-Ray Computed Tomography of Polymer Composites*. Composites Science and Technology 156 (março de 2018): 305–19. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2017.10.023>.
- GOSLING, P. D., Saribiyik, M. *Nonstandard tensile coupon for fiber-reinforced Plastics*. Journal of materials in civil engineering, 15 (2) (2003): 108-117.
- HAJ-ALI, R., Kilic, H., Zureick, A. *Three-dimensional micromechanics-based constitutive framework for analysis of pultruded composite structures*. Journal of Engineering Mechanics, 127 (7) (2001): 653-660.

KANG, J. O., *Fiber-reinforced polymeric pultruded members subjected to sustained loads*. Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 2002.

KRENCHER, H. *Fibre reinforcement: Theoretical and practical investigations of the elasticity and strength of fibre-reinforced materials*, Copenhagen: Akademisk Forlag; 1964.

LANDIS, Eric N., e Denis T. Keane. *X-Ray Microtomography*. *Materials Characterization* 61, no 12 (dezembro de 2010): 1305–16. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2010.09.012>.

LANGELLA, A.; R. Carbone e M. Durante. *Step Pultrusion*. *Appl Compos Mater* 19 (2012):901–912. DOI 10.1007/s10443-011-9245-4.

LIM, Jae Hyuk, Milan Henry, Do-Soon Hwang, e Dongwoo Sohn. *Numerical Prediction of Fiber Mechanical Properties Considering Random Microstructures Using Inverse Analysis with Quasi-Analytical Gradients*. *Applied Mathematics and Computation* 273 (janeiro de 2016): 201–16. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.09.076>.

LIU, Tianqiao, e Kent A Harries. *Flange local buckling of pultruded GFRP box beams*. *Composite Structures* 189 (abril de 2018): 463-472. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.01.101>

LIU, Tianqiao, Kent A Harries, e Qi Guo. *Effects of Fiber Architecture on Flexure Properties of Pultruded Prfv Plates and Sections*. *International Conference on Fibre-Reinforced Polymer (FRP) Composites in Civil Engineering* (2018).

LIU, Xin, Khizar Rouf, Bo Peng, e Wenbin Yu. *Two-Step Homogenization of Textile Composites Using Mechanics of Structure Genome*. *Composite Structures* 171 (julho de 2017): 252–62. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.03.029>.

LUO, Qi, Dongxu Liu, Pizhong Qiao, Zhidong Zhou, Yanlin Zhao, e Lizhi Sun. *Micro-CT-Based Micromechanics and Numerical Homogenization for Effective Elastic Property of Ultra-High Performance Concrete*. *International Journal of Damage Mechanics*, 7 de maio de 2019, 105678951984847. <https://doi.org/10.1177/1056789519848475>.

OLIVEIRA, J.A., J. Pinho-da-Cruz, e F. Teixeira-Dias. *Asymptotic Homogenisation in Linear Elasticity. Part II: Finite Element Procedures and Multiscale Applications*. *Computational Materials Science* 45, no 4 (junho de 2009): 1081–96. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.01.027>.

PEREIRA, Andre, Marcio Costa, Carla Anflor, Juan Pardal, e Ricardo Leiderman. *Estimating the Effective Elastic Parameters of Nodular Cast Iron from Micro-Tomographic Imaging and Multiscale Finite Elements: Comparison between Numerical and Experimental Results*. *Metals* 8, no 9 (5 de setembro de 2018): 695. <https://doi.org/10.3390/met8090695>.

PEREIRA, Andre, Ricardo Leiderman, Rodrigo Almeida, e Rodrigo Bagueira. *Experiências na engenharia da uff com micro tomografia de raios-x*. *CILAMCE* 2016, 16.

PINHO-DA-CRUZ, J., J.A. Oliveira, e F. Teixeira-Dias. *Asymptotic Homogenisation in Linear Elasticity. Part I: Mathematical Formulation and Finite Element Modelling*. *Computational Materials Science* 45, no 4 (junho de 2009): 1073–80. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.02.025>.

- QSYMAH, A, Sharma, R, Yang, J, Margetts, L & Mummery, P. *Micro X-ray computed tomography image-based two-scale homogenisation of ultra-high performance fibre reinforced concrete*. *Construction and Building Materials* 130 (2017): 230-240 <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.09.020>
- QUADRINO, Attilio, Rosa Penna, Luciano Feo, e Nicola Nisticò. *Mechanical Characterization of Pultruded Elements: Fiber Orientation Influence vs Web-Flange Junction Local Problem. Experimental and Numerical Tests*. *Composites Part B: Engineering* 142 (junho de 2018): 68–84. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.001>.
- SATHISHKUMAR, Tp, S Satheeshkumar, e J Naveen. *Glass Fiber-Reinforced Polymer Composites – a Review*. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 33, no 13 (julho de 2014): 1258–75. <https://doi.org/10.1177/0731684414530790>.
- SCHELL, J.S.U., M. Renggli, G.H. van Lenthe, R. Müller, e P. Ermanni. *Micro-Computed Tomography Determination of Glass Fibre Reinforced Polymer Meso-Structure*. *Composites Science and Technology* 66, n° 13 (outubro de 2006): 2016–22. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.01.003>
- SONTI, S. S., Barbero, E. J., *Material characterization of pultruded laminates and Shapes*. *J. Reinf. Plast. Comp.*, 15(7), (1996): 701-717
- TURVEY, G. J., Zhang, Y., *A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns*. *Computers & Structures*, 84(22-23), (2006): 1527-1537.
- VIEIRA, Janine Domingos, Tianqiao Liu, e Kent A. Harries. *Flexural Stability of Pultruded Glass Fibre-Reinforced Polymer I-Sections*. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings* (Abril de 2017): 1–12. <https://doi.org/10.1680/jstbu.16.00238>.
- VIEIRA, Priscilla Rocha. *Análise de fadiga em materiais compósitos pultrudados reforçados com fibra de vidro*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2015.
- WRIGGERS, P., e S.O. Moftah. *Mesoscale Models for Concrete: Homogenisation and Damage Behaviour*. *Finite Elements in Analysis and Design* 42, no 7 (abril de 2006): 623–36. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2005.11.008>.
- ZHANG, Shaohua, Colin C. Caprani, e Amin Heidarpour. *Strain Rate Studies of Pultruded Glass Fibre Reinforced Polymer Material Properties: A Literature Review*. *Construction and Building Materials* 171 (maio de 2018): 984–1004. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.03.113>
- ZHANG, Shaohua, Colin Caprani, e Amin Heidarpour. *Influence of Fibre Orientation on Pultruded PRFV Material Properties*. *Composite Structures* 204 (novembro de 2018): 368–77. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.07.104>
- ZOHDI, T. I., Wriggers, P. *Introduction to computational micromechanics*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2004.

ZUREICK, A., Scott, D., *Short-term behavior and design of fiber-reinforced polymeric slender members under axial compression*. ASCE Journal Composites for Construction, 1(4), (1997): 140-149.